

MODÉLISATION ET SIMULATION D'UN ROBOT MOBILE DE TYPE ROBOTINO

Merline NDILOU^{1*}, Donatien NGANGAKOUYA¹ et Francis OKOU²

*¹École Normale Supérieure de l'Enseignement Technique (ENSET)
de Libreville, Gabon*

*Laboratoire de Recherche en Technologie des Systèmes (LARTESY),
BP 3989 Libreville, Gabon*

*²Collège Militaire Royal du Canada, Département de génie électrique et
Génie informatique, Ontario, K7K 7B4, Canada*

* Correspondance, e-mail : merlinendilou@yahoo.fr

RÉSUMÉ

Cet article traite de la modélisation et de la simulation d'un robot mobile omnidirectionnel de type Robotino en appliquant une commande PI. La modélisation cinématique et dynamique élaborée est obtenue en utilisant la loi de la propagation des vitesses et l'équation d'Euler-Lagrange. Les résultats montrent que le modèle développé a une bonne poursuite de trajectoire qui lui est imposée malgré la perturbation à laquelle il est soumis dans la même tendance que le modèle développé par Levent Raj et Andras Czmerk. Les résultats comparatifs de cet article sont obtenus en simulation afin d'observer le comportement de deux modèles de Robotino soumis aux mêmes contraintes. L'apport de cet article par rapport aux travaux antérieurs est le comportement du modèle face aux perturbations qui reste stable. On remarque que les modèles se comportent bien lorsqu'ils ne sont soumis à aucune perturbation. Par contre quand ils sont soumis à une perturbation, le modèle de référence n'est pas stable alors que le modèle développé dans cet article est stable en tenant compte des frottements des roues et du robot en présence d'une perturbation.

Mots-clés : *modèle dynamique, robot mobile, robot mobile omnidirectionnel.*

ABSTRACT

Modelling and simulation of a Mobile Robot of Robotino type

This article deals with the modeling and the simulation of an omnidirectional mobile robot of the Robotino type. The kinematic and dynamic modeling developed is obtained using the law of velocity propagation and the Euler-

Lagrange equation. The results show that the model developed has a good continuation of trajectory which is imposed on it despite the disturbance to which it is subjected in the same trend as the model developed by Levent Raj and Andras Czmerk. The comparative results of this article are obtained in simulation in order to observe the behavior of two Robotino models subjected to the same constraints. The contribution of this article compared to previous work is the behavior of the model in the face of disturbances which remains stable. We note that the models behave well when they are not subject to any disturbance. On the other hand when they are subjected to a disturbance, the reference model is not stable whereas the model developed in this article is stable taking into account friction of the wheels and the robot in the presence of a disturbance.

Keywords : *dynamic model, mobile robot, omnidirectional mobile robot.*

I - INTRODUCTION

Le robot mobile omnidirectionnel (RMO) de type Robotino a une architecture mobile. Constitué de trois roues placées en triangle équilatéral, il est holonome et peut se déplacer dans toutes les directions. Son autonomie fait de lui un système doté de capacités décisionnelles et de moyens d'acquisition et de traitement de l'information qui lui permettent d'accomplir un certain nombre de tâches, dans un environnement de travail. Les domaines d'application des robots mobiles sont nombreux, nous prenons quelques applications en exemple comme la sécurité civile, l'industrie, l'agricole, le militaire, le sous-marine et plusieurs autres domaines. Mais cela se fait aux dépens d'une complexité mécanique bien plus grande qui nécessite sa modélisation cinématique et dynamique et de l'élaboration d'un contrôleur. Le suivi de trajectoire de Robotino doit tenir compte de la trajectoire réelle, de l'environnement et des différents paramètres du robot [1 - 7]. Plusieurs auteurs ont abordé le sujet de la modélisation des robots mobiles. La modélisation cinématique et dynamique effectuée sur deux robots mobiles à savoir le Robotino Festo et le Mogi Ethon présente l'analyse complexe d'un système et montre un modèle qui tient compte de la cinématique et de la dynamique d'un système électromécanique. Les résultats de simulation qu'ils obtiennent du logiciel LabVIEW confirment la qualité du modèle [8, 9]. On remarque que leur modélisation dynamique n'aborde pas les notions des frottements, des masses et des inerties des roues. Cependant en principe ces paramètres influencent sur le suivi de trajectoire du robot. La modélisation du robot mobile omnidirectionnel développée dans [10] tient compte du paramètre des forces interactives entre le corps du robot et ses roues, ces forces interactives sont dérivées et réduites en un mouvement orthogonal induit et en une force interne qui n'affecte pas le mouvement du robot, mais on peut retenir que le mouvement du robot affecte la force interne

due au composant interne de la force d'inertie. De plus, une nouvelle approche de conception d'un algorithme de navigation intelligente appliquée au modèle du robot mobile omnidirectionnel est développée dans [11 - 17], leur étude permet au robot d'atteindre une position finale souhaitée avec la prise en compte du paramètre de l'angle de braquage prédéfini. On voit que les autres paramètres n'ont pas été pris en compte. Puis [18], présente la conception d'un contrôleur de position et d'angle d'orientation appliqué au modèle cinématique et dynamique d'un robot mobile omnidirectionnel afin de contrôler la vitesse linéaire et angulaire du robot avec un résultat satisfaisant. En outre [19] présente un modèle de robot mobile omnidirectionnel à trois roues comprenant une friction statique. En estimant les coefficients de frottement de coulomb et les coefficients de frottement visqueux, la simulation de leur modèle donne des résultats performants. De même, cet article présente la modélisation cinématique et dynamique d'un robot mobile de type Robotino en se servant des travaux de [20 - 22]. La dynamique élaborée ici est différente de celles citées précédemment. D'où l'objectif de ce travail qui est celui de ressortir la différence qui existe entre la modélisation dynamique exacte et sans singularité et la modélisation dynamique proposée précédemment. On attend par modélisation dynamique exacte et sans singularité le modèle qui prend en compte les paramètres de frottements, d'inertie, de masses et des vitesses des roues développées dans cet article. La modélisation de ce système prend en compte tous les éléments importants de la dynamique d'un robot mobile qui lui permettent d'exécuter toutes les tâches qui lui seront confiées. Une loi de commande est conçue pour contrôler les positions et vitesses de ce Robotino [23]. L'article est organisé de la manière suivante. La méthodologie est clairement exposée à la section II. Les résultats des simulations sont présentés et discutés en section III. L'article se termine par une conclusion en section IV.

II - MÉTHODOLOGIE

La méthodologie est structurée en trois parties: la première consiste à élaborer un modèle cinématique; la deuxième partie ressort le modèle dynamique et la troisième partie traite de la conception d'une loi de commande.

II-1. Modèle cinématique

La *Figure 1* représente le repérage de la structure Robotino de festo en mouvement dans un plan horizontal. Pour déterminer le mouvement de la roue, il faut nécessairement prendre en compte un certain nombre de référentiels comme le montre ci-dessous. Ainsi, nous avons: $R_r = (O_r, \vec{i}_r, \vec{j}_r, \vec{k}_r)$ le système de coordonnées attaché au robot $\{i_r\}$ et $\{j_r\}$ sont les coordonnées cartésiennes du robot et $\{k_r\}$ son orientation dans le référentiel lié au robot; $R_g = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ le système de coordonnées dans l'espace fixe, $\{i\}$ et $\{j\}$ sont les coordonnées

cartésiennes fixes et $\{k\}$ son orientation dans le référentiel fixe. $R_i = (O, \vec{i}_i, \vec{j}_i, \vec{k}_i)$ le référentiel des roues, $\{i_i\}$, $\{j_i\}$ et $\{k_i\}$ sont les coordonnées cartésiennes de la roue dans son référentiel R_i . Ces roues sont disposées de façon à ce que chacune d'elle soit séparée de l'autre d'un angle de 120° .

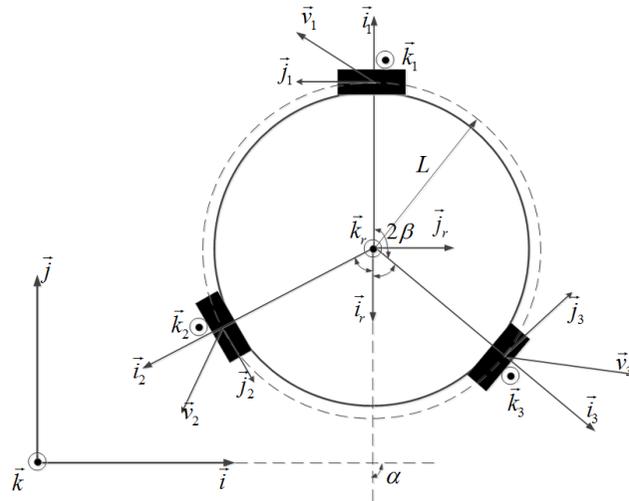


Figure 1 : Robot à trois roues

Les \vec{v}_i représentent les vitesses linéaires des trois roues, α est l'angle entre l'axe $\{i_r\}$ du repère du robot et l'axe $\{i\}$ du repère fixe. β est la moitié de l'angle entre chacune des roues. Ce modèle correspond à celui d'une roue roulant sur un plan. La fig.3 indique que le roulement sans glissement de la roue-sol dans le référentiel absolu. La **Figure 2** représente une roue isolée au contact du sol. Cette roue comporte six galets.

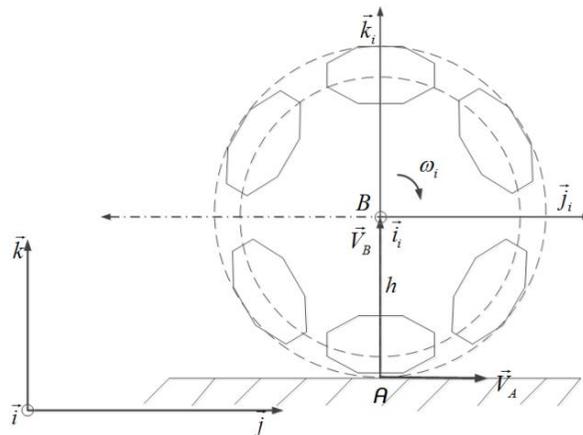


Figure 2 : Roue au contact du sol

$\vec{\omega}_i$ est la vitesse de rotation instantanée de la roue dans le référentiel R_i . A est le point de contact entre la roue et le sol et \vec{h} est le vecteur de rayon de la roue dans le référentiel $[B, \vec{i}_i, \vec{j}_i, \vec{k}_i]$. \vec{V}_B est la vitesse linéaire de la roue au point B et autour de l'axe $\{i_i\}$. \vec{V}_A est la vitesse linéaire de contrainte au point A. En se référant à la figure 2, l'application de la relation de Chasles permet de déterminer la vitesse relative de la roue dans le référentiel R_i :

$${}^{R_i} \vec{V}_{B_i}^I(t) = \vec{V}_c^I + \vec{\omega}_i^I \wedge \vec{h}^I \quad (i=1,2,3) \tag{1}$$

Notons que la vitesse instantanée de rotation $\vec{\omega}_i$ et le vecteur de rayon h sont donnés par la relation :

$$\vec{\omega}_i^I = [\dot{\alpha}_i \ 0 \ 0]^T \quad \vec{h}^I = [0 \ 0 \ r]^T \tag{2}$$

Afin d'exprimer l'Équation (1) dans le référentiel de base R_g , on se sert de la Figure 1 pour déduire les matrices de transformation du référentiel R_i vers R_r suivantes :

$$R_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_3 = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) & 0 \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Ramenons maintenant l'Équation (1) dans les repères du robot R_r en utilisant l'Équation (3)

$${}^{R_r} \vec{V}_{B_i}^I(t) = R_i \left\{ \vec{V}_c^I + {}^{R_g} \vec{\omega}_i^I \wedge \vec{h}^I \right\} \quad (i=1,2,3) \tag{4}$$

Sachant que la position du robot est fonction de deux vitesses linéaire et une vitesse angulaire qui sont exprimé dans le référentiel fixe données par les relations :

$${}^{R_g} \vec{V}_R^I(t) = [\dot{x} \ \dot{y} \ 0]^T \quad {}^{R_g} \vec{\omega}_i^I = \omega - R_g R_i \omega_i \tag{5}$$

$\vec{\omega} = \dot{\alpha}$ est la vitesse angulaire dans le plan et les $\vec{\omega}_i = \dot{\alpha}_i$ sont les vitesses angulaires des chacune des i roues. Les vitesses linéaires dans le référentiel fixe s'obtiennent à partir d'une matrice de rotation R_g de l'Équation (4). Par conséquent :

$$R_g {}^{R_r} \vec{V}_{B_i}^I(t) = {}^{R_g} \vec{V}_R^I(t) + {}^{R_g} \vec{\omega}_i^I(t) \times {}^{R_g} \vec{h}_i^I \quad (i=1,2,3) \tag{6}$$

$\vec{h}_i = [L, 0, 0]^T$ représente la position au centre de masse de chaque roue où L est

la distance entre le centre de la roue et le centre du robot pris sur l'axe à la **Figure 1**. La position au centre de masses ramenée dans le référentiel fixe et la matrice de rotation sont donnée par la relation suivant :

$${}^{R_g} \mathbf{r}_{h_i} = R_g R_r \mathbf{r}_{h_i} \quad R_g = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

où, α est l'angle de rotation du robot. **l'Équation (6)** pour ($i = 1,2,3$) permet ainsi d'écrire :

$$\begin{aligned} {}^{R_g} \mathbf{V}_R^{\mathbf{r}}(t) + {}^{R_g} \boldsymbol{\omega}_1(t) \times {}^{R_g} \mathbf{h}_1 - R_g {}^{R_r} \mathbf{V}_{B_1}^{\mathbf{r}}(t) &= 0 \\ {}^{R_g} \mathbf{V}_R^{\mathbf{r}}(t) + {}^{R_g} \boldsymbol{\omega}_2(t) \times {}^{R_g} \mathbf{h}_2 - R_g {}^{R_r} \mathbf{V}_{B_2}^{\mathbf{r}}(t) &= 0 \\ {}^{R_g} \mathbf{V}_R^{\mathbf{r}}(t) + {}^{R_g} \boldsymbol{\omega}_3(t) \times {}^{R_g} \mathbf{h}_3 - R_g {}^{R_r} \mathbf{V}_{B_3}^{\mathbf{r}}(t) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

La compilation de **l'Équation (8)** dans Matlab lorsque les contraintes au point de contact sont considérées négligeables a permis de retrouver ce qui suit :

$$\begin{pmatrix} r \sin(\alpha) \omega_1 + L \sin(\alpha) \omega + \mathbf{x} \\ -r \cos(\alpha) \omega_1 - L \cos(\alpha) \omega + \mathbf{y} \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathbf{r}} = 0 \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} -r \sin(\alpha + \beta) \omega_2 - L \sin(\alpha + \beta) \omega + \mathbf{x} \\ r \cos(\alpha + \beta) \omega_2 + L \cos(\alpha + \beta) \omega + \mathbf{y} \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathbf{r}} = 0 \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} -r \sin(\alpha - \beta) \omega_3 - L \sin(\alpha - \beta) \omega + \mathbf{x} \\ r \cos(\alpha - \beta) \omega_3 + L \cos(\alpha - \beta) \omega + \mathbf{y} \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathbf{r}} = 0 \quad (11)$$

En appliquant la méthode de Cramer sur les **Équations (9, 10, 11)**, on obtient la relation suivante

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & L\sin(\alpha) \\ 0 & 1 & -L\cos(\alpha) \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -L\sin(\alpha + \beta) \\ 0 & 1 & L\cos(\alpha + \beta) \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -L\sin(\alpha - \beta) \\ 0 & 1 & L\cos(\alpha - \beta) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r\sin(\alpha) & 0 & 0 \\ -r\cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r\sin(\alpha + \beta) & 0 \\ 0 & r\cos(\alpha + \beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r\sin(\alpha - \beta) \\ 0 & 0 & r\cos(\alpha - \beta) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Si nous prenons $\beta = 120^\circ$, sous forme compacte l'Équation (12) devient :

$$H_1 \dot{X} + H_2 \dot{\phi} = 0 \quad (13)$$

Notons que $\dot{X} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\alpha}]^T$ est le vecteur des vitesses du robot dans l'espace plan et $\dot{\phi} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ représente le vecteur des coordonnées généralisés. On peut donc écrire le modèle cinématique sous la forme suivante

$$\dot{X} = H_1^*(\alpha) H_2(\alpha) \dot{\phi} \quad (14)$$

Où $H_1^* \in \mathbb{R}^{9 \times 3}$ la pseudo inverse de la matrice H_1 que l'on détermine dans l'Annexe. Compte tenu de cette pseudo inverse dans le développement de l'Équation (14), le modèle cinématique du robot peut alors s'écrire comme suit :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ \omega \end{bmatrix} = \frac{r}{3} \begin{bmatrix} \sin(\alpha) & -\left\{ \frac{1}{2} \sin(\alpha) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\alpha) \right\} & -\left\{ \frac{1}{2} \sin(\alpha) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\alpha) \right\} \\ -\cos(\alpha) & \left\{ \frac{1}{2} \cos(\alpha) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\alpha) \right\} & \left\{ \frac{1}{2} \cos(\alpha) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\alpha) \right\} \\ \frac{1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Nous soulignons que tous les calculs permettant d'élaborer le modèle cinématique ont été développés dans Matlab. Cela a permis d'obtenir une forme simplifiée du modèle complexe proposé dans [9]. L'étude du modèle cinématique proposée plus haut a permis de comprendre le mouvement du robot sans tenir compte des forces qui le produit. De ce fait, les vitesses de commande du robot (vecteur de coordonnées généralisées) sont remplacées par une nouvelle variable de commande (couple pré calculé). Pour tenir compte de de cette nouvelle variable, la sous-section suivante présente l'étude d'une modélisation dynamique qui prend en compte les masses, les inerties, les vitesses des roues et du robot et des efforts de frottement au contact roue-sol tel que cela seront développés dans la partie suivante.

II-2. Modèle dynamique

Le modèle dynamique élaboré dans cette partie de l'article est développée en utilisant la méthode de Lagrange. Cette méthode consiste à calculer les énergies cinétiques et potentielles qui régissent le mouvement du robot mobile. En effet, dans la pratique le vecteur de coordonnées généralisées n'est pas considéré comme une variable de commande, du fait qu'il ne permet pas de faire ressortir les forces qui donnent une compréhension complète sur le mouvement du robot. Pour établir le modèle dynamique, considérons l'équation d'Euler-Lagrange donnée dans les travaux de [24, 25] dont l'expression est décrit par

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}(t)} - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q(t)} = \tau + \tau_d + F_\mu \quad (16)$$

Notons que $L(q, \dot{q})$ est l'expression du Lagrangien donné par l'Équation (17), τ et $\tau_d \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ sont respectivement les couples des trois moteurs du robot et le couple de perturbation de ces moteurs. Puis, $F_\mu \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ est le vecteur de frottement.

$$L(q, \dot{q}) = E(q, \dot{q}) - U(q) \quad (17)$$

Notons que $E(q, \dot{q})$ est l'énergie cinétique totale, et $U(q)$ est l'énergie potentielle du corps. On suppose que le robot est un système rigide qui se déplace sur un plan horizontal. Il n'est soumis à aucun effort élastique ou de pesanteur. Par conséquent, son énergie potentielle est assumée nulle [26]. Dans ce cas, l'expression du Lagrangien est fonction uniquement de la somme des énergies cinétiques du châssis du robot et des trois roues. Ainsi ces énergies cinétiques peuvent s'exprimer sous la forme suivante :

$$E_c(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m_r \left({}^R_s \vec{V}_R \right)^2 + \frac{1}{2} \omega^T I_r \omega \quad (18)$$

$$E_i(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left\{ m \left({}^{Ri} \vec{V}_{B_i} \right)^2 + I \omega_i^2 \right\}$$

On note E_c l'énergie cinétique du châssis et E_i est l'énergie générée par les roues. Aussi, I_r et I sont des inerties du corps principal en son centre de masse et des roues. Puis, m_r est la masse du robot, m est la masse des roues. Rappelons également que ${}^{Rg} \vec{V}_R$ est l'expression de la vitesse du robot dans le repère fixe et ${}^{Ri} \vec{V}_{B_i}$ est la vitesse des trois roues dans le repère des roues, ω et ω_i sont les vitesses angulaires du robot et des roues. En remplaçant les Équations (1, 2, 15) dans l'Équation (18), l'énergie cinétique totale représentant la somme des énergies cinétiques du châssis du robot et des trois roues devient :

$$E = \frac{m_r r^2}{36} (a_2 a_0 \omega_1 \omega_2 - a_2 a_1 \omega_1 \omega_3 - a_1 a_0 \omega_2 \omega_3) + \frac{m_r r^2}{72} (a_1^2 \omega_3^2 + a_0^2 \omega_2^2 + a_0 a_2^2 \omega_1^2) + \frac{I_r r}{6L} a_3 + \frac{m_r r^2}{2} a_4 \quad (19)$$

Les coefficients a_j ($j = 0, \dots, 4$) décrits dans l'Équation (19) sont définis dans l'annexe. Lorsque nous remplaçons les Équations (17, 19) dans l'Équation (16), Il est possible de déduire de l'équation d'Euler-Lagrange comme dans les robots fixes, pour décrire les modèles dynamiques d'un bras manipulateur. Cette représentation des modèles dynamiques peut aussi s'appliquer dans le cadre des robots mobiles, c'est d'ailleurs ce que proposent [26, 27]. Le modèle dynamique du robot mobile est ainsi caractérisé par la forme matricielle suivante :

$$\tau = M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + F_\mu \dot{q} - \tau_d \quad (20)$$

Rappelons que $\ddot{q}(t) = [\dot{\omega}_1, \dot{\omega}_2, \dot{\omega}_3]^T$ est le vecteur des accélérations angulaires des roues. Ce qui diffère du modèle dynamique obtenu de celui proposé dans [9], c'est que le modèle développé ici tient compte des frottements et des forces de Coriolis. Notons que $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ est la matrice de masse définie symétrique et positive et $V(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ le vecteur des forces centrifuge et de Coriolis. Les conditions nécessaires pour la réalisation du modèle dynamique décrit par l'Équation (20) est que ce modèle doit satisfaire les propriétés suivantes:

Propriété 1 [28, 29] : la matrice de masse $M(q)$ est symétrique et définie positive pour tout $q \in \mathbb{R}^{n \times 1}$.

Propriété 2 [30, 31] ; la matrice V_m est choisie de manière à ce que $M(q) - 2V_m(q, \dot{q})$ soit antisymétrique tel que $S^T [M - 2V_m] S = 0$ pour tout S et $q \in \mathbb{R}^{n \times 1}$

La matrice de masse, le vecteur des forces centrifuges et de Coriolis et le vecteur de frottement qui constituent l'Équation (20) sont donnés par les relations suivantes :

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix}, V(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}, F_\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{bmatrix} \dot{q} \quad (21)$$

Où μ_i sont des coefficients de frottement dont les valeurs sont proposées dans le **Tableau 1**. Notons que les coefficients m_{kj} et v_i sont définis dans l'annexe. Le but étant de faire un asservissement en boucle fermée, il est donc nécessaire d'élaborer une loi de commande. En supposant que tous les paramètres du robot sont connus, la section suivante propose une loi de commande non linéaire basée sur la cinématique et la dynamique.

II-3. Application d'une Loi de commande

Cette partie propose une loi de commande en cascade pour assurer l'étude de poursuite de trajectoire dans l'espace plan. Afin d'y arriver, la structure de commande illustrée à la **Figure 3** permet de réaliser les tests de simulation. Pour l'élaboration du contrôleur de la dynamique, on définit d'abord l'erreur de vitesse et d'accélération angulaires des roues ainsi que sa dynamique de l'erreur. Il revient :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{q}_r - \dot{q} \\ \ddot{e} &= \ddot{q}_r - \ddot{q} \end{aligned} \quad (22)$$

Où \dot{q}_r est la vitesse angulaire de référence. **L'Équation (20)**, permet de déduire le vecteur d'accélération de coordonnées généralisées tel que :

$$\ddot{q} = M^{-1}(\tau - V(q, \dot{q}) - F_\mu \dot{q} + \tau_d) \quad (23)$$

Choisissons le modèle suivant :

$$\ddot{q} = u_d \quad (24)$$

où, u_d est une commande auxiliaire de type PI. L'action intégrale est ajoutée pour compenser l'effet indésirable d'éventuelles perturbations sur les paramètres de la dynamique du robot :

$$\ddot{q} = u_d = \ddot{q}_d - K_p e_d - K_i \int_0^t e_d dt \quad (25)$$

En égalant les **Équations (23, 25)** on obtient la commande par couple pré calculé qui stabilise le robot en boucle fermée :

$$\tau = M(t)\{u_d\} + V(q, \dot{q}) + F_\mu \dot{q} - \tau_d \quad (26)$$

Maintenant que nous connaissons l'expression de la commande basée sur la dynamique. Étant donné que la structure de contrôle proposée comprend deux commandes en cascade, nous devons par la suite proposer la deuxième loi de commande basée sur la cinématique représentée par **L'Équation (27.a)** en considérons les erreurs de position et de vitesse dans l'espace plan. **L'Équation (27.b)** représente la cinématique inverse permettant de calculer les vitesses angulaires \dot{q}_d désirées à partir des vitesses cartésiennes \dot{X}_d désirées.

$$\begin{aligned} e_c &= X - X_d \\ \dot{e}_c &= \dot{X} - \dot{X}_d \end{aligned} \quad (a) \quad 27$$

$$\dot{X}_d = H_1^*(\alpha)H_2(\alpha)\dot{q}_d \quad (b)$$

Notons que x_r est la position de référence du robot dans l'espace plan. Dans le cas de cet article, le cercle est choisi comme la trajectoire de référence imposée sur le robot. Cette trajectoire désirée est un cercle **d'Équation**.

$$X_r = \begin{pmatrix} R \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \\ R \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \\ \frac{2\pi}{T}t \end{pmatrix} \quad (28)$$

où, $R = 0.15m$ est le rayon du cercle. Le robot parcourt le cercle en une période de $T = 50$ secondes.

Le modèle qui permet de linéariser **l'Équation (15)** s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{X} = u_c \quad (29)$$

où, u_c est une commande auxiliaire de type PI. L'action intégrale est ajoutée pour compenser l'effet indésirable d'éventuelles perturbations :

$$\dot{X} = u_c = \dot{X}_d - K_p e_c - K_i \int_0^t e_c dt \quad (30)$$

En égalant les **Équations (15, 30)** on obtient la commande par couple pré calculé qui stabilise le robot en boucle fermée :

$$\dot{q} = J^{-1}u_c \quad (31)$$

Le calcul des gains K_p et K_i des deux commandes proposées s'obtient par imposition des pôles. En effet, comme la dynamique des erreurs trouvée à partir des **Équations (25, 30)** se comporte comme un système d'ordre 2. Ce qui nécessite que la détermination des paramètres tels que la fréquence naturelle ω_n , le coefficient d'amortissement ξ au système en chaine fermée. Par contre, on doit définir au préalable un temps stabilisation (T_s) qui satisfasse un dépassement (d (%)) donné.

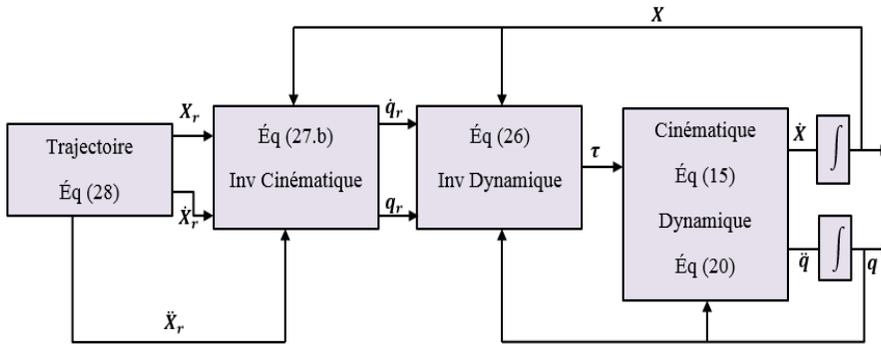


Figure 3 : Structure de commande

Les paramètres utilisés pour la simulation sont décrits dans le **Tableau 1**, le choix de ces paramètres dépend des paramètres des travaux effectués dans [9]. Cette simulation a été effectuée au LARTESY.

Tableau 1 : Paramètres du robot

Variables	Valeurs
m_r et m	40 kg et 0.238 kg
r et L	0.051 m et 0.294 m
β	$\pi/3$ rad
I et I_r	0.7 et 0.5 kgm ²
R_r	0.270 m
K_p et K_i	0.99636 et 0.521284
f_1 ; f_2 et f_3	0.01 0.011 et 0.013

III - RÉSULTATS ET DISCUSSION

Dans cette partie les résultats sont présentés en premier par des figures et ensuite tous les commentaires sur les résultats sont faits après les figures concernées tout en respectant la numérotation de ces figures. Considérant l'amortissement et la pulsation calculés plus haut, les gains calculés sont $K_p = 0.99636$ et $K_i = 0.521284$. Cette section permettra de valider le modèle proposé et de tester la performance de sa structure commande. Les résultats proposés dans cette partie sont réalisés par le logiciel Matlab. En simulation, nous avons considéré que les paramètres de la dynamique du robot sont connus tels que le décrit le **Tableau 1**. Les ω_i sont les vitesses angulaires du robot 1 s'exprimant en radian par seconde et les φ_i sont ses positions angulaires qui s'expriment en radian. Les $\bar{\omega}_i$ sont les vitesses angulaires du robot 2 et les $\bar{\varphi}_i$

sont les positions angulaires du robot 2. Les τ_i sont les efforts de commande du robot 1 et les $\bar{\tau}_i$ sont les efforts de commande du robot 2. Sur la légende des figures, le robot 1 représente le modèle développé dans cet article et le robot 2 représente le modèle qui a servi de référence dans [2].

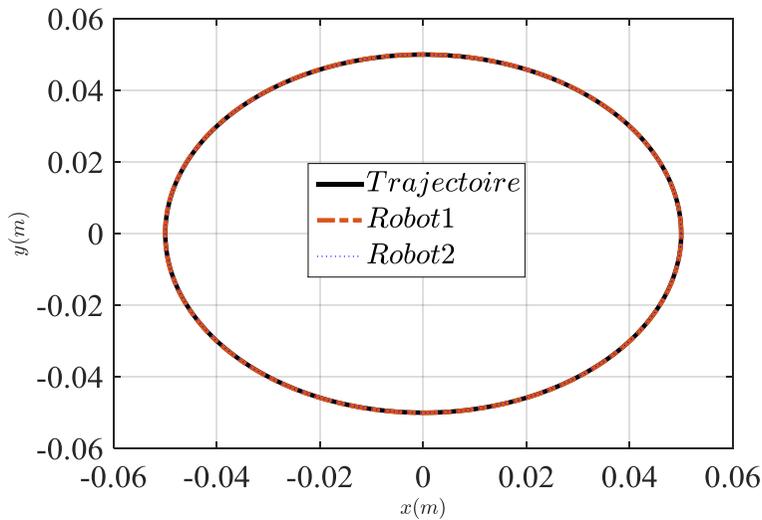


Figure 4 : Trajectoire des robots

Cette première partie des résultats concerne le premier test au cours duquel on peut observer le comportement des deux modèles sans être soumis à une perturbation tout en tenant compte des inerties et des frottements du robot. La **Figure 4** décrit la trajectoire du robot dans les deux modèles. Le train noir représente la trajectoire de référence, le rouge interrompu représente la trajectoire du modèle développé dans cet article et le bleu pointillé représente la trajectoire du modèle qui a servi de référence.

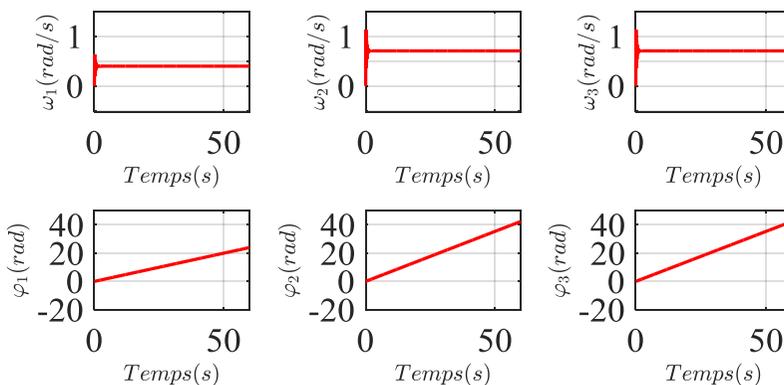


Figure 5 : Vitesses angulaires et les angles du robot 1

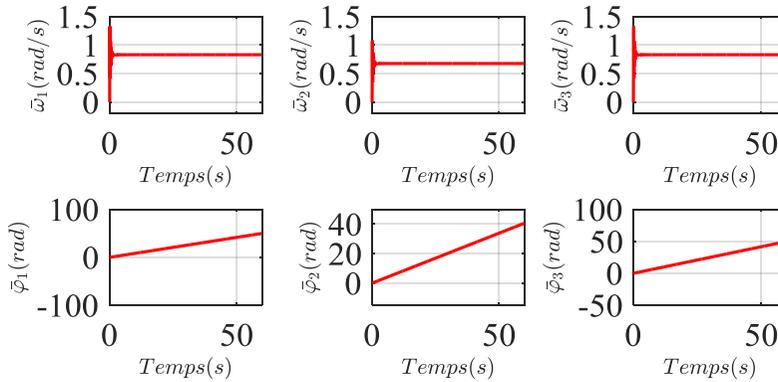


Figure 6 : Vitesses angulaires et angles du robot 2

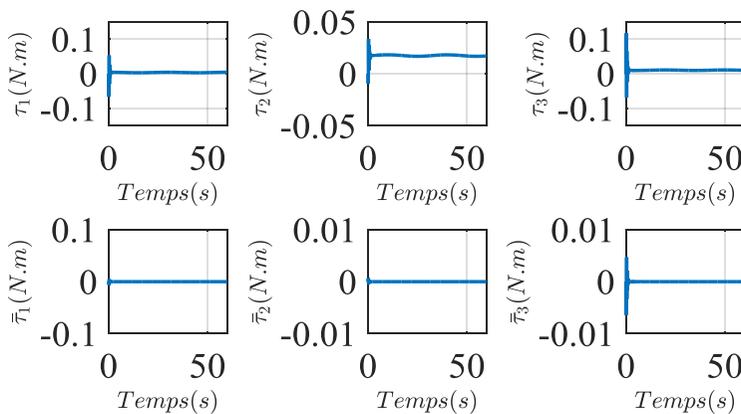


Figure 7 : Efforts de commande des robots 1 et 2

La **Figure 5** représente les vitesses angulaires des roues du robot 1 qui sont comprises entre 0 et 1 rad/s. les angles des trois roues sont croissants et varient de 0 à 20 rad pour la première roue et les deux autres roues varient de 0 à 40 rad. La **Figure 6** représente les vitesses angulaires des roues du robot 2 qui sont comprises entre 0 et 1.5 rad/s. les angles des trois roues sont croissants, et varient de 0 à 50 rad pour la première et troisième roue et de 0 à 40 rad pour la deuxième roue. La **Figure 7** représente les efforts de commande des robots qui sont compris entre -0.1 et 0.1 N.m pour l'effort de la première et troisième roue du robot 1. Et de -0.05 à 0.05 N.m pour l'effort de la deuxième roue du robot 1. Pour le robot 2, l'effort de la première roue est compris entre -0.1 et 0.1 N.m. Et l'effort de la deuxième et troisième roue du robot 2 est compris entre -0.01 et 0.01 N.m.

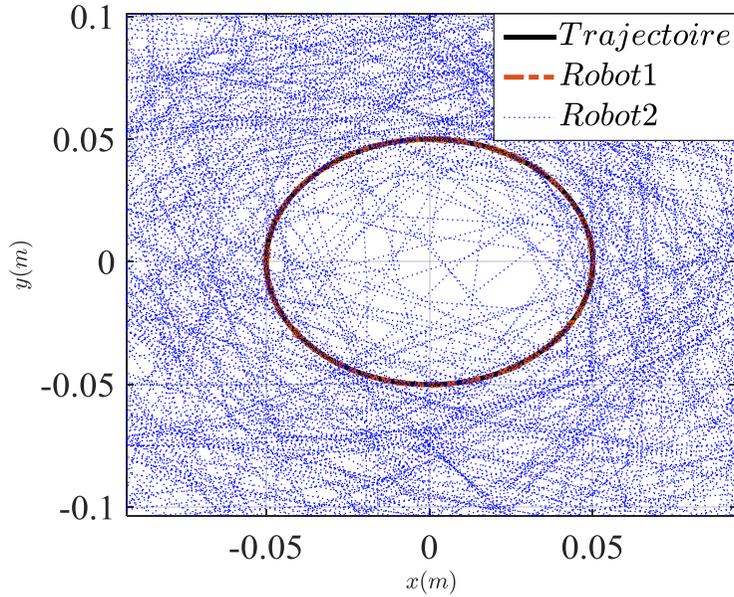


Figure 8 : Trajectoire des robots avec perturbation

Cette deuxième partie des résultats concerne le deuxième test au cours duquel on peut observer le comportement des deux modèles soumis à une perturbation tout en tenant compte des inerties et des frottements du robot. On remarque ici que le modèle de référence est instable alors que le modèle développé dans cet article est stable face à la perturbation. La **Figure 8** décrit la trajectoire des robots, la trajectoire du robot 2 en bleue est déstabilisée à cause de la perturbation par contre le robot 1 suit bien la trajectoire de référence.

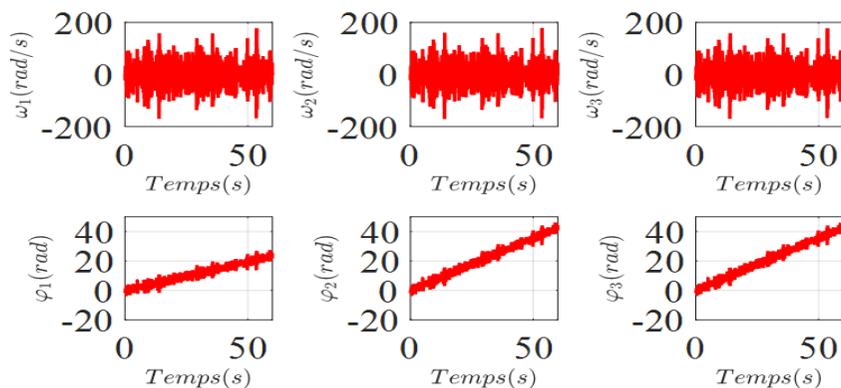


Figure 9 : Vitesses angulaires et les angles du robot 1

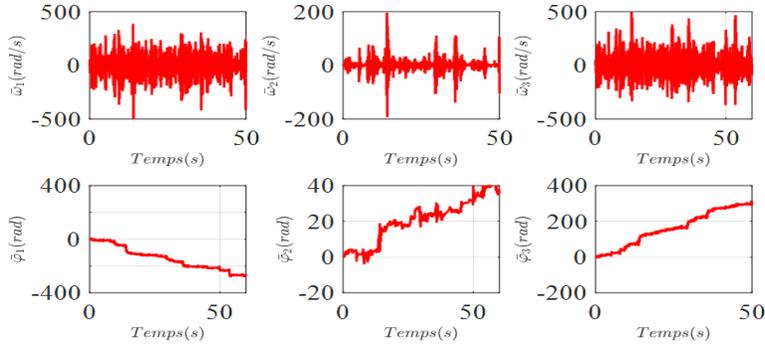


Figure 10 : Vitesses angulaires et les angles du robot 2

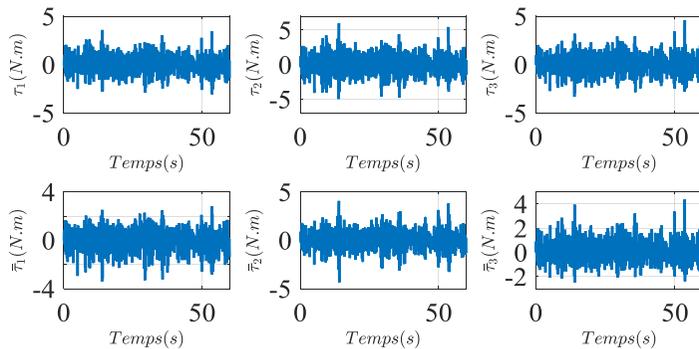


Figure 11 : Effort de commande du robot 1 et 2

La **Figure 9** représente les vitesses angulaires des trois roues du robot 1 qui sont comprises entre -200 et 200 rad/s et les angles du robot croissent de 0 à 40 rad pour toutes les trois roues. La **Figure 10** représente les vitesses angulaires du robot 2 qui sont comprises entre -500 et 500 rad/s pour la première et la troisième roue et de -200 à 200 rad/s pour la deuxième roue. L'angle de la première roue est compris entre 0 et -400 rad et il décroît. Les angles compris entre -20 et 40 rad pour la deuxième roue et -200 à 400 rad pour la troisième roue sont croissants. La **Figure 11** représente les efforts de commande des robots 1 et 2 qui sont compris entre -5 et 5 N.m pour les trois roues du robot 1. Pour le robot 2, l'effort de commande de la première roue et de la troisième roue est compris entre -4 et 4 N.m et pour la deuxième roue l'effort est compris entre -5 et 5 N.m.

IV - CONCLUSION

Un nouveau modèle de Robotino est proposé, le modèle cinématique obtenu est plus simplifié et le modèle dynamique qui est différent des autres à cause de la prise en compte des différents paramètres qui sont les inerties des roues et celle du robot, les masses des roues et celle du robot, les vitesses des roues et celle du robot et les efforts de frottement. Les simulations sont utilisés pour évaluer la performance de ce modèle face à une perturbation à l'aide de deux contrôleurs proportionnel intégral (PI). Un des contrôleurs proportionnel intégral sert au contrôle des positions et l'autre au contrôle des vitesses du robot. Les résultats démontrent l'efficacité du nouveau modèle, car le robot suit la trajectoire qui lui est imposée sans difficulté malgré la perturbation à laquelle elle a été soumise.

ANNEXE

Reconsidérant l'Équation (15) on peut écrire

$$\dot{X} = J\dot{q} \tag{A.1}$$

où, J est la matrice Jacobienne tel que

$$J = H_1^* H_2 \tag{A.2}$$

Avec H_1^* la pseudo inverse définie par :

$$H_1^* = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{\sin \alpha}{3L} & -\frac{\cos \alpha}{3L} & 0 & -\frac{\sin(\beta + \alpha)}{3L} & \frac{\cos(\beta + \alpha)}{3L} & 0 & \frac{\cos(\beta + \alpha)}{3L} & \frac{\cos(\alpha - \beta)}{3L} & 0 \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

Remplaçons l'Équation (A.3) dans l'Équation (A.2) on obtient

$$J = \frac{r}{3} \begin{bmatrix} \sin(\alpha) & -\left\{\frac{1}{2}\sin(\alpha) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\alpha)\right\} & -\left\{\frac{1}{2}\sin(\alpha) - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\alpha)\right\} \\ -\cos(\alpha) & \left\{\frac{1}{2}\cos(\alpha) - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\alpha)\right\} & \left\{\frac{1}{2}\cos(\alpha) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\alpha)\right\} \\ \frac{1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \tag{A.4}$$

Par conséquent la cinématique devient

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ \omega \end{bmatrix} = \frac{r}{3} \begin{bmatrix} \sin(\alpha) & -\left\{\frac{1}{2}\sin(\alpha) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\alpha)\right\} & -\left\{\frac{1}{2}\sin(\alpha) - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\alpha)\right\} \\ -\cos(\alpha) & \left\{\frac{1}{2}\cos(\alpha) - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\alpha)\right\} & \left\{\frac{1}{2}\cos(\alpha) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\alpha)\right\} \\ \frac{1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad \text{A.5}$$

L'énergie totale du robot

$$E(q, \dot{q}) = \frac{m_r r^2}{36} (a_2 a_0 \omega_1 \omega_2 - a_2 a_1 \omega_1 \omega_3 - a_1 a_0 \omega_2 \omega_3) + \frac{m_r r^2}{72} (a_1^2 \omega_3^2 + a_0^2 \omega_2^2 + a_0 a_2^2 \omega_1^2) + \frac{I_r r}{6L} a_3 + \frac{m_r r^2}{2} a_4$$

$$a_0 = (\sin(\alpha) - \cos(\alpha) + \sqrt{3}\cos(\alpha) + \sqrt{3}\sin(\alpha))$$

$$a_1 = (\cos(\alpha) - \sin(\alpha) + \sqrt{3}\cos(\alpha) + \sqrt{3}\sin(\alpha))$$

$$a_2 = (2\cos(\alpha) - 2\sin(\alpha))$$

$$a_3 = (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)$$

$$a_4 = (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2)$$

Les différents composants de la matrice de masse M en remplaçant β par sa valeur sont sous la forme suivante :

$$m_{11} = I_r r^2 + \frac{L^2 r^2}{4} \left(3m(1 - \sin(2\alpha)) - m_r \left(\frac{\sin(2\alpha)}{9L^2} + 1 \right) \right) + \frac{3IL^2}{2}$$

$$m_{12} = I_r r^2 + \frac{L^2 r^2}{8} \left(3m(\sin(2\alpha) + \sqrt{3}\cos(2\alpha) - 1) + m_r \left(\frac{\sqrt{3}\cos(2\alpha)}{9L^2} + \sin(2\alpha) - 1 \right) \right) - \frac{3IL^2}{4}$$

$$m_{13} = -\frac{I_r r^2}{4} + \frac{3L^2 m r^2}{8} (-4 - \sin(2\alpha) + \sqrt{3}\cos(2\alpha)) + \frac{L^2 m_r r^2}{8} \left(\frac{\sqrt{3}\cos(2\alpha)}{9L^2} - \sin(2\alpha) + 1 \right) - \frac{3IL^2}{4}$$

$$m_{21} = m_{12}$$

$$m_{22} = -\frac{I_r r^2}{4} + L^2 m r^2 \left(\frac{3}{8} \left(\frac{\sin(2\alpha)}{2} + \sqrt{3}\cos(2\alpha) + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4} + \sin(2\alpha) - \frac{\sin(2\alpha)}{4} \right) \right)$$

$$+ L^2 m_r r^2 \left(\frac{1}{9} \left(\frac{\sin(2\alpha)}{L^2} - \frac{\sin(2\alpha)}{4L^2} + 1 - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{16} \left(\frac{2\sqrt{3}\cos(2\alpha)}{9L^2} + \sin(2\alpha) + 1 \right) \right) + \frac{IL^2}{4} (7IL^2 - 1)$$

$$m_{23} = \frac{I_r r^2}{4} - \frac{L^2 m r^2}{8} \left(3 + \frac{147\sin(2\alpha)}{2} - 135\cos(\alpha)\sin(\alpha) \right) - \frac{L^2 m_r r^2}{8} \left(\frac{49\sin(2\alpha)}{2} + 1 - \frac{45\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{9L^2} \right) - \frac{27IL^2}{4}$$

$$m_{31} = m_{13}$$

$$m_{32} = m_{23}$$

$$m_{33} = -\frac{I_r r^2}{16} + L^2 m_r^2 \left(\frac{1}{3} \left(1 + \sin(2\alpha) - \frac{1}{4} + \frac{\sin(2\alpha)}{4} + 3 \right) - \frac{3}{16} (\sin(2\alpha)) \right) \\ + L^2 m_r r^2 \left(\frac{1}{8} \left(\frac{1}{2} + 3\sqrt{3} \cos(2\alpha) + \frac{\sqrt{3} \cos(2\alpha)}{9L^2} \right) + \left(\frac{1}{9} \left(1 + \frac{\sin(2\alpha)}{4L^2} + \frac{\sin(2\alpha)}{L^2} + \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{16} (\sin(2\alpha)) \right) \right) \\ + \frac{IL^2}{2} \left(-IL^2 - \frac{1}{2} \right)$$

L'inertie du corps du robot

$$I_r = m_r \times \text{diag} \left(\frac{h_r^2 + 3R^2}{12}, \frac{h_r^2 + 3R^2}{12}, \frac{R^2}{2} \right)$$

Les vecteurs h_i dans le repère fixe

$${}^{R_g} \mathbf{r}_{h_1} = \begin{bmatrix} -L \cos \alpha \\ -L \sin \alpha \\ 0 \end{bmatrix} \quad {}^{R_g} \mathbf{r}_{h_2} = \begin{bmatrix} L \cos(\alpha + \beta) \\ L \sin(\alpha + \beta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad {}^{R_g} \mathbf{r}_{h_3} = \begin{bmatrix} L \cos(\alpha - \beta) \\ L \sin(\alpha - \beta) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les vitesses des différentes roues dans le repère fixe

$${}^{R_g} \mathbf{V}_{B_1} = R_g \times {}^{R_r} \mathbf{V}_{B_1} = \begin{bmatrix} -r \sin \alpha \omega_1 \\ r \cos \alpha \omega_1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ {}^{R_g} \mathbf{V}_{B_2} = R_g \times {}^{R_r} \mathbf{V}_{B_2} = \begin{bmatrix} r \cos \alpha \sin \beta \omega_2 + r \sin \alpha \cos \beta \omega_2 \\ r \sin \alpha \sin \beta \omega_2 - r \cos \alpha \cos \beta \omega_2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ {}^{R_g} \mathbf{V}_{B_3} = R_g \times {}^{R_r} \mathbf{V}_{B_3} = \begin{bmatrix} -r \cos \alpha \sin \beta \omega_3 + r \sin \alpha \cos \beta \omega_3 \\ -r \sin \alpha \sin \beta \omega_3 - r \cos \alpha \cos \beta \omega_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les composants du vecteur de Coriolis en remplaçant β par sa valeur.

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

avec,

$$v_1 = \frac{r^4 \sin(\alpha)(3m+mr)(2\omega_1+2\omega_2+2\omega_3)^2}{108L}$$

$$v_2 = - \left(\frac{r^4(3m+mr)(2\omega_1+2\omega_2+2\omega_3)^2 \times (1782527762640261 \cos(\alpha))}{4398046511104+9\sin(\alpha)} - \frac{54\sqrt{3} \cos(\alpha)^3 + (1645410242437165 \cos(\alpha))^3}{17592186044416 - 225\sqrt{3} \cos(\alpha) \times (1944L)} \right)$$

$$v_3 = - \left(\frac{r^4(3m+mr)(2\omega_1+2\omega_2+2\omega_3)^2 \frac{9\sin(\alpha) - 1782527762640261 \cos(\alpha)}{4398046511104 + 54\sqrt{3} \cos(\alpha)^3} - \frac{1645410242437165 \cos(\alpha)^3}{17592186044416 + 225\sqrt{3} \cos(\alpha) \times (1944L)} \right)$$

RÉFÉRENCE

- [1] - FILLIAT, DAVID, “*Robotique mobile*”. Ed. Diss. EDX, (2011)
- [2] - FARLOW. S. TIMOTHY et al. “*Système de robot mobile*,” Brevet US N°9.902.069.27 février, (2018)
- [3] - VANDERSTEGEN-DRAKE, MARK STAMFORD ET ADAM WILLIAM ROLLO, “*Robot mobile*.” Brevet US N° 9883 778.6 février, (2018)
- [4] - JAULIN, LUC, JOHN WILEY & SONS. “*Mobile robotics*.”, (2019)
- [5] - DEYLE. TRAVIS J. SCHLUNTZ, ERIK. BÉHAR. YVES. ET AL. *Mobile robot*. U.S. Patent Application No 29/593,161, 8 mai (2018)
- [6] - WONG. CHEUKWAH, et al. “*Mobile robot*.” U.S. Patent No. 8, 958, 911. 17, Feb (2015)
- [7] - FARLOW. TIMOTHY S ET AL. “*Mobile robot system*.” U.S. Patent N° 9, 014, 848. 21, Apr (2015)
- [8] - LEVENTE RAJ, VIKTOR DEVECSERI, Dr. RÓBERT TAMÁS FEKETE, “*State space model of an omni-directional holonomic mobile robot*” XV International PhD Workshop OWD 2013, 19 - 22 October (2013)
- [9] - LEVENTE RAJ & ANDRÁS CZMERK, “*Modelling and simulation of the drivetrain of an omnidirectional mobile robot*”, *Automatika*, 58 (2) (2017) 232 - 243
- [10] - DONGBIN ZHAO, XUYUE DENG and JIANQIANG YI, “*Motion and Internal Force Control for Omnidirectional Wheeled Mobile Robots*”. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 14, N° 3 (June 2009)
- [11] - MOHAMED SLIM MASMOUDI, NAJLAKRICHEN, MOHAMED MASMOUDI, NABIL DERBEL, “*Fuzzy Logic Controllers Design For Omnidirectional Mobile Robot Navigation*”, *Applied Soft Computing Journal* 08.057, (2016)
- [12] - BELOBOMEVO, BENOIT, “*Contribution à la commande adaptative et robuste d'un robot mobile de type unicycle avec modèle non-linéaire*”. Diss. Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, (2019)
- [13] - HUSSEIN, SHERIF KAMEL and MASHAEL AMER AL-MUTAIRI, “*A Novel Prototype Model For Swarm Mobile Robot Navigation Based Fuzzy Logic Controller*.” *International Journal of Computer Science & Information Technology (IJCSIT)* 11.2 63, (2019)

- [14] - CASTILLO, OSCAR and LUIS T. AGUILAR, "*Fuzzy Control for Wheeled Mobile Robots.*" *Type-2 Fuzzy Logic in Control of Nonsmooth Systems.* Springer, Cham, (2019) 85 - 96
- [15] - OMRANE, HAJER, MOHAMED SLIM MASMOUDI and MOHAMED MASMOUDI, "*Fuzzy logic based control for autonomous mobile robot navigation.*" *Computational intelligence and neuroscience*, (2016)
- [16] - R. H. ABIYEV, I. S. GÜNSEL, N. AKKAYA, E. AYTAC, A. CAĞMAN & S. ABIZADA. "*Fuzzy control of omnidirectional robot*". *Procedia computer science*, 120 (2017) 608 - 616
- [17] - M. D. CORREIA, A. GUSTAVO & S. CONCEIÇÃO. "*Modeling of a three wheeled omnidirectional robot including friction models*". *IFAC Proceedings*, Vol. 45, (22) (2012) 7 - 12
- [18] - BENOÎT THUILOT, "*Contribution à la modélisation et à la commande de robots mobiles à roues*". *Automatique/ Robotique*, (1995) 37 p.
- [19] - M. BOREL & G. VÉNIZÉLOS. "*Movement Equations I: Location, Kinematics and Kinetics*". John Wiley & Sons, (2016)
- [20] - PETIT, NICOLAS et ROUCHON, PIERRE, "*Dynamique et contrôle des systèmes*", (2016)
- [21] - DELL'ISOLA, FRANCESCO et DI COSMO, FABIO. "*Lagrange Multipliers in Infinite-Dimensional Systems*", *Methods of Encyclopedia of Continuum Mechanics*, (2018) 1 - 9 p.
- [22] - FRANK L. LEWIS, PH. D, NEIL MUNRO, PH. D., D. SC., "*Robot Manipulator Control Theory and Practice*", (2004)
- [23] - PANDEY, ANISH and DAYAL RAMAKRUSHNA PARHI. "*MATLAB simulation for mobile robot navigation with hurdles in cluttered environment using minimum rule based fuzzy logic controller.*" *Procedia Technology*, 14 (2014) 28 - 34
- [24] - Z. LI & S. S. GE, "*Fundamentals in modeling and control of mobile manipulators*". CRC Press, (2013)
- [25] - A. BRAHMI, M. SAAD, G. GAUTHIER, W-H. ZHU and J. GHOMMAM, "*Adaptive backstepping control of multi-mobile manipulators handling a rigid object in coordination*", *Int. J. Modelling, Identification and Control*, Vol. 31, N° 2, (2019) 169 - 181 p.
- [26] - J. M. L. N. MEZUI, D. NGANGA-KOUYA, A. F. OKOU, M. SAAD & B. HERNANDEZ, "*A novel control structure for a pioneer mobile robot : simulation and practical implementation*". *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 33 (2) (2019) 108 - 119
- [27] - S. G. TZAFESTAS, "*Introduction to mobile robot control*". Elsevier, (2013)
- [28] - JOHN J CRAIG, "*Introduction To Robotics Mechanics And Control*", (2005)
- [29] - B. BRAHMI, M. SAAD, C. OCHOA-LUNA, M. H. RAHMAN & A. BRAHMI, "*Adaptive tracking control of an exoskeleton robot with uncertain dynamics based on estimated time-delay control*". *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 23 (2) (2018) 575 - 585
- [30] - LEWIS, L. FRANK, DARREN M. DAWSON and CHAOUKI T. ABDALLAH, "*Robot manipulator control : theory and practice*". CRC Press, (2003)
- [31] - R. FAREH, M. R. SAAD, M. SAAD, A. BRAHMI & M. BETTAYEB, "*Trajectory tracking and stability analysis for mobile manipulators based on decentralized control*". *Robotica*, 37 (10) (2019) 1732 - 1749