

## **MODÉLISATION STATISTIQUE DES EXTRÊMES DE PLUIES A DIFFÉRENTES ÉCHELLE DE TEMPS : COMPARAISON DES APPROCHES THÉORIQUE ET PRATIQUE**

**Kan Martin KOUASSI<sup>1,3\*</sup>, N'Diaye Herman MELEDJE<sup>3</sup>,  
Yao Blaise KOFFI<sup>1</sup>, Kouakou Lazare KOUASSI<sup>2,3</sup>,  
Kouassi Ernest AHOUSI<sup>1</sup>, Yéi Marie Solange OGA<sup>1</sup>,  
Jean BIEMI<sup>1</sup> et Nagnin SORO<sup>1</sup>**

*<sup>1</sup> Université Félix Houphouët-Boigny d'Abidjan - Cocody, Unité de Formation et de Recherche des Sciences de la Terre et des Ressources Minières (UFR-STRM), Laboratoire des Sciences et Techniques de l'Eau et de l'Environnement (LSTEE), 22 BP 582 Abidjan 22, Côte d'Ivoire*

*<sup>2</sup> Université Jean Lorougnon Guédé de Daloa, Unité de Formation et de Recherche en Environnement (UFR-Environnement), 12 BP V 25 Daloa 12, Côte d'Ivoire*

*<sup>3</sup> Université Nangui Abrogoua Abidjan, Centre de Recherche en Ecologie (CRE), 08 BP 109 Abidjan 08, Côte d'Ivoire*

---

\* Correspondance, e-mail : [kanstephane@yahoo.fr](mailto:kanstephane@yahoo.fr)

### **RÉSUMÉ**

L'estimation des quantiles de pluie extrême associée à une probabilité d'occurrence constitue un outil indispensable pour la prévention des phénomènes liés aux écoulements et à la pluviométrie. Toutefois, le choix d'une loi d'une part et l'accès difficile aux données d'autre part constituent les principales préoccupations de l'analyse fréquentielle. L'objectif de cette étude est d'estimer les quantiles de pluie maximale pour une meilleure connaissance de la nature des pluies à l'origine des catastrophes pluviométriques. Ainsi, ces quantiles sont estimés selon les contextes théoriques et pratiques. La loi théorique est choisie à partir du signe du paramètre de forme  $k$  suite à l'ajustement exclusif des extrêmes de pluie à la loi GEV. La loi pratique par contre est retenue à l'aide de critère numérique et graphique suite à l'ajustement des extrêmes de pluie à quatre lois (Fréchet, Gumbel, Weibull et Log normale 2). L'application de cette démarche à la pluie maximale journalière et mensuelle issue des stations pluviométriques d'Aboisso, d'Adiaké, de Bianouan, d'Agnibilékro et d'Ayamé de 1941 à 2000 montre que dans l'approche théorique, la pluie maximale suit la loi de Fréchet alors que dans un contexte pratique ces pluies s'estiment avec la loi

Log normale 2. Par ailleurs, l'erreur relative entre les quantiles estimés avec la loi de Gumbel et ceux estimés avec les lois théorique et pratique montre que les quantiles de pluie maximale journalière sont sous-estimés avec des écarts négatifs variant de 0 % à 16 %. A l'échelle mensuelle les quantiles de pluie maximale sont sous-estimés à Agnibilékro (0 à -3,56 %) et à Bianouan (0 à -19,06%) puis surestimés à Aboisso (0,78 à 7,24 %), à Adiaké (0 à 9,38 %) et à Ayamé (0 à 7,88 %).

**Mots-clés :** *pluie extrême, modèle fréquentiel, critères d'évaluations, erreurs d'estimations.*

## **ABSTRACT**

### **Extremes rainfall statistical modeling at different time scales : theoretical and practical approaches comparison**

The extreme rain quantiles estimation associated with a occurrence probability is an essential tool for the prevention of the phenomena related to runoff and rainfall. However, the law choice and difficult access to data are the problems encountered in frequential analysis. This study objective is to estimate the maximum rainfall quantiles for a better rains nature knowledge that cause rainfall disasters. Thus, these quantiles are estimated according to theoretical and practical contexts. The theoretical law is chosen from the sign of GEV law form parameter  $k$  following the exclusive adjustment of the rain extremes to the GEV law. On the other hand, the practical law is retained using numerical and graphical criteria following the adjustment of the extremes rain to four laws (Frechet, Gumbel, Weibull and Normal Log 2). This approach application to the maximum daily and monthly rainfall from the Aboisso, Adiaké, Bianouan, Agnibilékro and Ayamé rainfall stations from 1941 to 2000 shows that in the theoretical approach, the maximum rainfall follows the Frechet law whereas in a practical context these rains are estimated with the Normal Log 2 law. Moreover, the relative error between the quantiles estimated with the Gumbel law and those estimated with the laws theoretical and practical shows that the rain daily maximum quantiles are underestimated with negative differences ranging from 0 % to 16 %. On a monthly scale, maximum rainfall quantiles are underestimated in Agnibilékro (0 to -3.56 %) and Bianouan (0 to -19.06 %) and overestimated in Aboisso (0.78 to 7.24 %), in Adiaké (0 to 9.38 %) and Ayamé (0 to 7.88 %).

**Keywords :** *extreme rain, frequency model, evaluation criteria, estimation errors.*

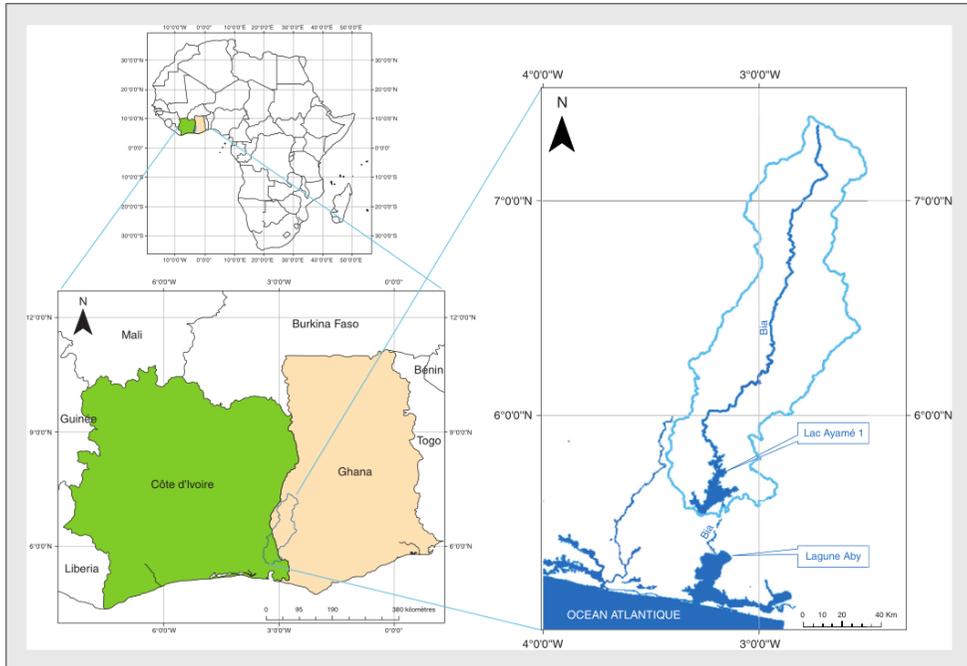
## I - INTRODUCTION

L'analyse fréquentielle des événements rares présente un intérêt particulier dans la gestion et la prévention des événements extrêmes en hydrologie. Elle permet d'attribuer un ordre de grandeur (probabilité d'occurrence) à un phénomène extrême pour en apprécier son caractère anormal ou très anormal, exceptionnel ou très exceptionnel [1, 2]. Cette connaissance permet de prendre des dispositions sécuritaires vis-à-vis des ouvrages à venir ou de permettre certaines orientations dans le processus d'urbanisation et de l'aménagement du territoire. Toutefois, le choix d'une loi nécessaire à l'estimation des probabilités d'occurrence d'une part et l'accès difficile aux données d'autre part constituent les principales préoccupations de l'analyse fréquentielle. La présente étude vise donc à estimer les quantiles de pluie extrêmes sur le bassin versant de la rivière Bia selon différentes échelles de temps en explorant diverses approches. L'approche théorique recommande l'usage exclusif de la loi des valeurs extrêmes généralisée (en anglais GEV) pour l'estimation des extrêmes [3, 4] alors que dans l'approche pratique il n'existe pas de loi idéale à priori pour l'estimation des quantiles des phénomènes extrêmes. Plusieurs lois sont utilisées et l'on se sert de critères d'évaluation pour choisir la loi idéale [5, 6]. Cependant, une utilisation quasi exclusive de la loi de Gumbel dans les projets de génie civil en Afrique est observée [7 - 9]. La simplicité du calcul de la distribution de Gumbel et le tracé sur une échelle linéaire de probabilité sont des éléments qui ont contribué à sa popularité auprès des utilisateurs. Toutefois il s'avère important de s'interroger sur l'impact de cette utilisation sur le coût et le niveau de sécurité des ouvrages. Dès lors, une évaluation de l'erreur relative commise sur l'utilisation de la loi de Gumbel au profit de la loi théorique et pratique devient nécessaire.

## II - MATÉRIEL ET MÉTHODES

### II-1. Présentation de la zone d'étude

La Bia est une rivière transfrontalière entre la Côte d'Ivoire et le Ghana. Elle prend sa source à Kérimasso au nord du Ghana et se déverse dans la lagune Aby au sud de la Côte d'Ivoire. Le bassin s'étend entre le 5° et 7° de latitude Nord, et de 2° et 3° de longitude Ouest (*Figure 1*). De forme allongée, la Bia couvre une superficie de 9650 km<sup>2</sup> dont 2/3 sont situées en territoire ghanéen. L'analyse pluviométrique faite par, permet de distinguer deux (2) zones climatiques sur le bassin de la Bia. Une zone tropicale humide (1460 mm) correspond au nord du bassin avec une seule saison des pluies et une zone subéquatoriale (1870 mm) correspond au sud du bassin avec deux saisons des pluies distinctes.



**Figure 1 :** Localisation de la zone d'étude

## II-2. Données

Les données de pluies utilisées dans la présente étude sont issues des stations d'Aboisso, d'Adiaké, d'Agnibilékro, d'Ayamé et de Bianouan à l'échelle journalière (du 1<sup>er</sup> janvier 1941 au 31 décembre 2000) et à l'échelle mensuelle (de janvier 1941 à décembre 2000). Le choix de cette période a été motivé par la mauvaise qualité des données après 2000. En effet, de 2000 à 2018, les données de pluie issues de ces différentes stations comportent des lacunes sur des périodes allant de un (1) à plusieurs mois rendant impossible l'extraction des extrêmes au cours de plusieurs années. Les caractéristiques statistiques de la pluie journalière et mensuelle des différentes stations de 1941 à 2000 sont résumées dans le **Tableau 1**. L'observation de ce tableau montre qu'en moyenne la pluie journalière reste inférieure à 6 mm et varie peu d'une station à une autre.

**Tableau 1** : *Caractéristique statistique de la pluie journalière et mensuelle de 1941 à 2000*

Stations	Echelle	Moyenne (mm)	Ecart-type (mm)	Coefficient de Variation
Aboisso	Journalière	4,9	13,26	2,7
	Mensuelle	395,31	119,45	3,31
Adiaké	Journalière	5,35	15,39	2,88
	Mensuelle	163,29	174,04	0,94
Agnibilékro	Journalière	3,16	9,39	2,97
	Mensuelle	95,81	86,23	1,11
Ayamé	Journalière	4,06	11,06	2,72
	Mensuelle	123,18	118,09	1,04
Bianouan	Journalière	4,02	12,76	3,17
	Mensuelle	121,78	141,85	0,86

De même, le coefficient de variation varie peu et reste inférieur à 4 avec une valeur maximale (3,17) observée à Bianouan. A l'échelle mensuelle, la pluie reste en moyenne inférieure à 100 mm à Agnibilékro tandis que cette moyenne excède 100 mm à Bianouan (121,78 mm) et (123,18 mm) puis 150 mm à Adiaké (163,29 mm). Le coefficient de variation reste inférieur à 1 à Agnibilékro (0,9) et à Ayamé (0,96) alors qu'Adiaké et à Bianouan la valeur dépasse 1.

### II-3. Modélisation statistique des extrêmes de pluie

#### II-3-1. Sélection des extrêmes de pluie

La base de pluie maximale journalière (PAXJ) est constituée en sélectionnant, du 1<sup>er</sup> janvier au 31 décembre de chaque année la pluviométrie maximale (une seule valeur) aux différentes stations. De même, pour la pluie maximale mensuelle (PAXM), la valeur maximale de la pluie de janvier à décembre de chaque année est retenue.

#### II-3-2. Choix des modèles

Dans la littérature, il n'existe aucune règle permettant de justifier le choix d'un modèle statistique par rapport à un autre. Dans la présente étude, le choix de la loi adaptée à l'estimation des quantiles de pluie sera guidé par des considérations théoriques et pratiques. L'approche théorique, recommande l'utilisation exclusive de la loi généralisée des valeurs extrêmes (en anglais GEV) pour estimer les quantiles d'un phénomène extrême alors que dans l'approche pratique, plusieurs lois sont utilisées et l'on se sert de critère de d'évaluation pour choisir la loi qui s'ajuste le mieux [10]. La sélection des quatre (4) lois comparées dans ces approches a été guidée par les conclusions des études antérieures [11, 12]. Par ailleurs, l'erreur relative entre la loi de Gumbel et les lois théorique et pratique sera évaluée.

- *Approche théorique*

Les extrêmes de pluie peuvent s'ajuster à la famille des lois Généralisées de Valeurs Extrêmes (GEV en anglais). Il s'agit d'un ensemble de trois lois dont les fonctions de densité sont explicitées à travers les *Relations (1), (2) et (3)*

- La loi de Gumbel :  $f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp \left[ -\frac{x-u}{\alpha} - \exp \left( \frac{x-u}{\alpha} \right) \right]$  (1)

- La loi de Fréchet :  $f(x) = \frac{1}{\alpha} \left( 1 - \frac{x-u}{\alpha} \right) \exp \left\{ - \left[ 1 - k \left( \frac{x-u}{\alpha} \right) \right]^{\frac{1}{k}} \right\}$  (2)

- La loi de Weibull :  $f(x) = \frac{1}{\alpha} \left( 1 - \frac{x-u}{\alpha} \right)^{\frac{1}{k}-1} \exp \left\{ - \left[ 1 - k \left( \frac{x-u}{\alpha} \right) \right]^{\frac{1}{k}} \right\}$  (3)

$f(x)$  désigne la fonction densité de probabilité ; alpha ( $\alpha$ ),  $u$  et  $k$  les paramètres des lois. Alpha ( $\alpha$ ) représente le gradex ou le paramètre d'échelle,  $u$  : paramètre de position et  $k$  : le paramètre de forme.

Le signe du paramètre de forme ( $k$ ) permet de choisir la loi recommandée pour l'estimation des quantiles de pluie extrême. Ainsi, lorsque  $k = 0$  ; les extrêmes de pluie suivent la loi de Gumbel (Gu), si  $k > 0$  ; les pluies suivent la loi de Weibull (Wu) alors que pour  $k < 0$  ; la pluie extrême s'ajuste avec la loi de Fréchet (Fre).

- *Approche pratique*

Dans l'approche pratique, il n'existe pas de loi a priori. Plusieurs lois sont ajustées aux extrêmes de pluie. Ainsi dans la présente étude, les trois lois qui composent la famille des lois GEV et la loi Log normale 2 (LN2) (4) sont utilisées pour être ajustées aux extrêmes de pluie. La loi idéale est choisie au moyen de critères graphique et numérique.

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (4)$$

$f(x)$  désigne la fonction densité de probabilité de la loi log normale 2.  $\mu$  et  $\sigma$  sont respectivement les paramètres d'échelle et de position.

Pour le critère graphique, il s'agit de représenter la distribution des quantiles de pluie des quatre lois utilisées sur un même graphique pour apprécier la loi qui s'ajuste le mieux aux observations. Par ailleurs, les critères numériques utilisés sont Le AIC ou Critère d'Information d'Akaike [5] est fondé sur une pseudo-distance entre une vraie distribution ( $g$ ) inconnue et une distribution arbitraire ( $f$ ) paramétrée par  $q$ . Le critère de comparaison d'Akaike (AIC) sélectionne le modèle réalisant le meilleur compromis biais-variance pour le nombre de données  $N$ . L'expression du critère AIC est donnée par la relation (5) [13] :

$$AIC = -2\ln(L) + 2k \quad (5)$$

Le BIC ou critère d'Information Bayésien [6] se place dans un contexte bayésien de sélection du modèle statistique. Ce critère recherche le modèle statistique le plus vraisemblable au vu des données. Il est une minimisation du biais entre le modèle ajusté et la vraie distribution inconnue. L'expression du critère bayésien est exprimée à la relation (6) [13] :

$$BIC = -2\ln(L) + 2k \ln(N) \quad (6)$$

*Pour les Équations 5 et 6 : L vraisemblance de l'échantillon, k nombre de paramètres et N la taille de l'échantillon.*

Les valeurs de ces critères sont estimées pour chaque loi aux différentes stations. Plus les critères AIC et BIC sont faibles, plus le modèle associé est adapté à l'ajustement de la variable concernée [14]. Dans la suite de notre analyse, il s'agit pour chaque approche (pratique et théorique) d'estimer la probabilité de non dépassement  $F(x_i)$  qu'il convient d'attribuer à chaque valeur de pluie maximale. Il existe de nombreuses formules d'estimation de la fonction de répartition à l'aide de la fréquence empirique. Elles reposent toutes sur un tri de la série par valeurs croissantes permettant d'associer à chaque valeur son rang  $i$ . Dans la présente étude, la fréquence empirique ou probabilité de non dépassement est estimée par la méthode de Cunane (7) [15, 16]. Cette probabilité expérimentale a l'avantage d'être moins biaisée sur les valeurs extrêmes [15].

$$F_i = \frac{i - 0,4}{N + 0,2} \quad (7)$$

*i le rang et N la taille de l'échantillon.*

Les paramètres des lois sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance car cette méthode a l'avantage de produire une faible variance d'échantillonnage des paramètres estimés et par conséquent une faible variance des quantiles [17, 18]. Les quantiles de pluie maximale journalière et mensuelle aux différentes stations sont estimés pour des périodes de retour (T) de 6 ans (pluie anormale), 10 ans (pluie très anormale), 30 ans (pluie exceptionnelle) et 100 ans (pluie très exceptionnelle).

### **II-3-3. Erreur relative d'estimation**

Les erreurs relatives sont calculées dans un contexte opérationnel caractérisé par une utilisation exclusive de la loi de Gumbel dans les travaux de génie civil [7, 8, 19]. La simplicité du calcul de la distribution de Gumbel et le tracé

sur l'échelle linéaire de probabilité sont des éléments qui ont contribué à sa popularité auprès des utilisateurs [20, 21]. Ainsi, pour les différents quantiles estimés, le biais (%) entre la loi de Gumbel et les lois théorique et pratique est calculé à l'aide de la **Relation (8)**.

$$ER(T) = \left( \frac{Q_{Gu} - Q_{Th ou P}}{Q_{Th ou P}} \right) \times 100 \quad (8)$$

$Q_{Gu}$  quantile estimé avec la loi de Gumbel;  $Q_{Th ou P}$  Quantile estimé avec la loi théorique ou pratique et  $T$  périodes de retour.

Toutes ces analyses ont été menées à l'aide du logiciel HYFRAN (Hydrological Frequency Analysis).

### III - RÉSULTATS

#### III-1. Approche théorique

Le **Tableau 2** résume le paramètre  $k$  de la loi GEV estimé avec la pluie maximale journalière (PAXJ) et mensuelle (PAXM).

**Tableau 2 : Paramètres de forme  $k$  de la loi GEV**

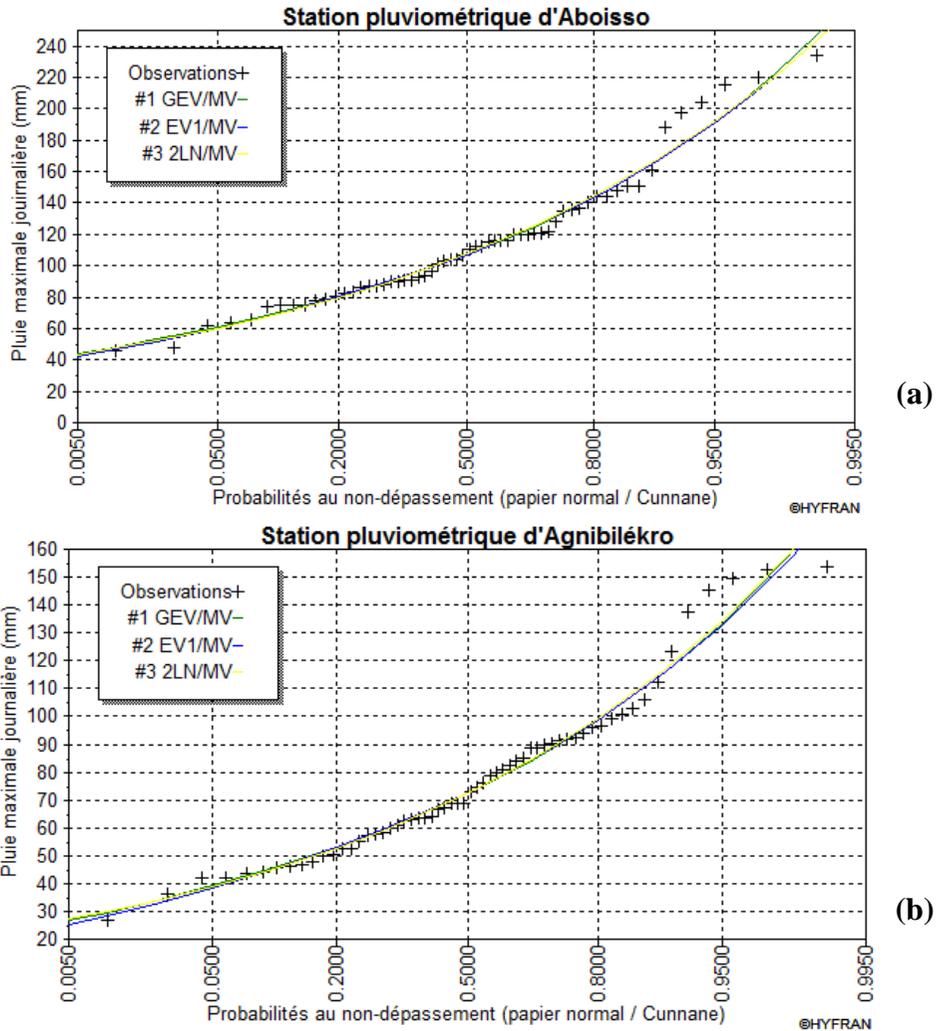
Variables de pluie extrêmes	Paramètres	Aboisso	Adiaké	Agnibilékro	Ayamé	Bianouan
PAXJ	$k$	-0,02	-0,07	-0,02	-0,15	-0,10
PAXM	$k$	0,06	-0,08	-0,04	0,06	-0,17

L'analyse du **Tableau** montre qu'à l'échelle journalière,  $k$  reste inférieur à 0, donc la pluie maximale suit la loi de Fréchet. De même, à l'échelle mensuelle à l'exception de la pluie maximale à Ayamé et à Aboisso qui suivent la loi de Weibull car  $k$  reste positif, la pluie maximale mensuelle des trois autres stations s'ajuste mieux avec la loi de Fréchet.

#### III-2. Approche pratique

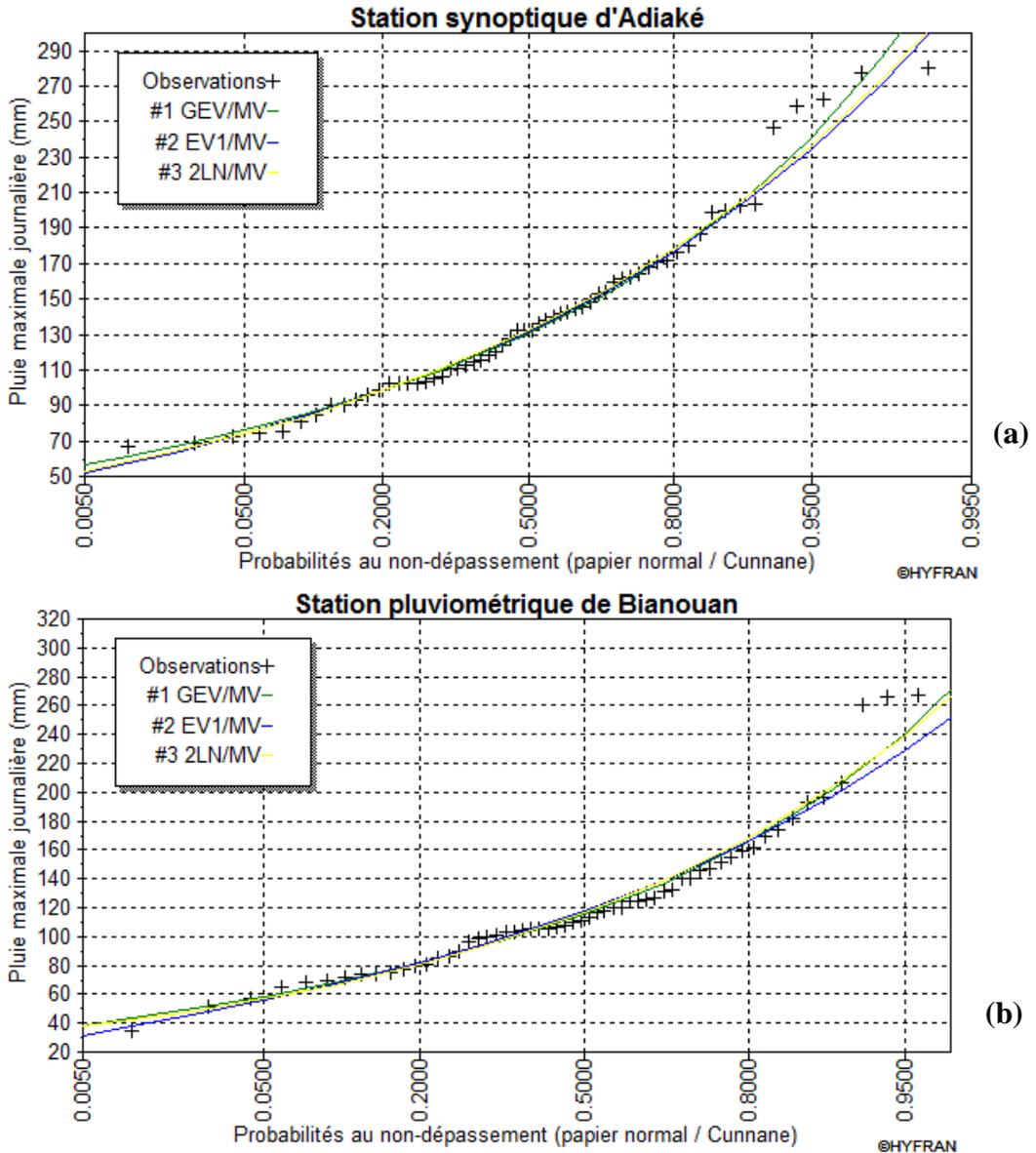
##### III-2-1. Critère graphique

La comparaison des différentes lois utilisées pour l'estimation de la pluie maximale est résumée sur les **Figures 2, 3, 4, 5 et 6**. Les paramètres des lois Généralisées des Valeurs Extrêmes (GEV en anglais), ainsi que ceux des lois de Gumbel (EV1) et Log normale 2 (2LN) ont été estimés par la méthode du Maximum de Vraisemblance (MV) d'où les notations GEV/MV, EV1/MV et 2LN/MV. Les **Figures 2a et 2b** résument la comparaison des différentes lois utilisées pour l'estimation de la pluie maximale journalière respectivement à Aboisso et à Agnibilékro.



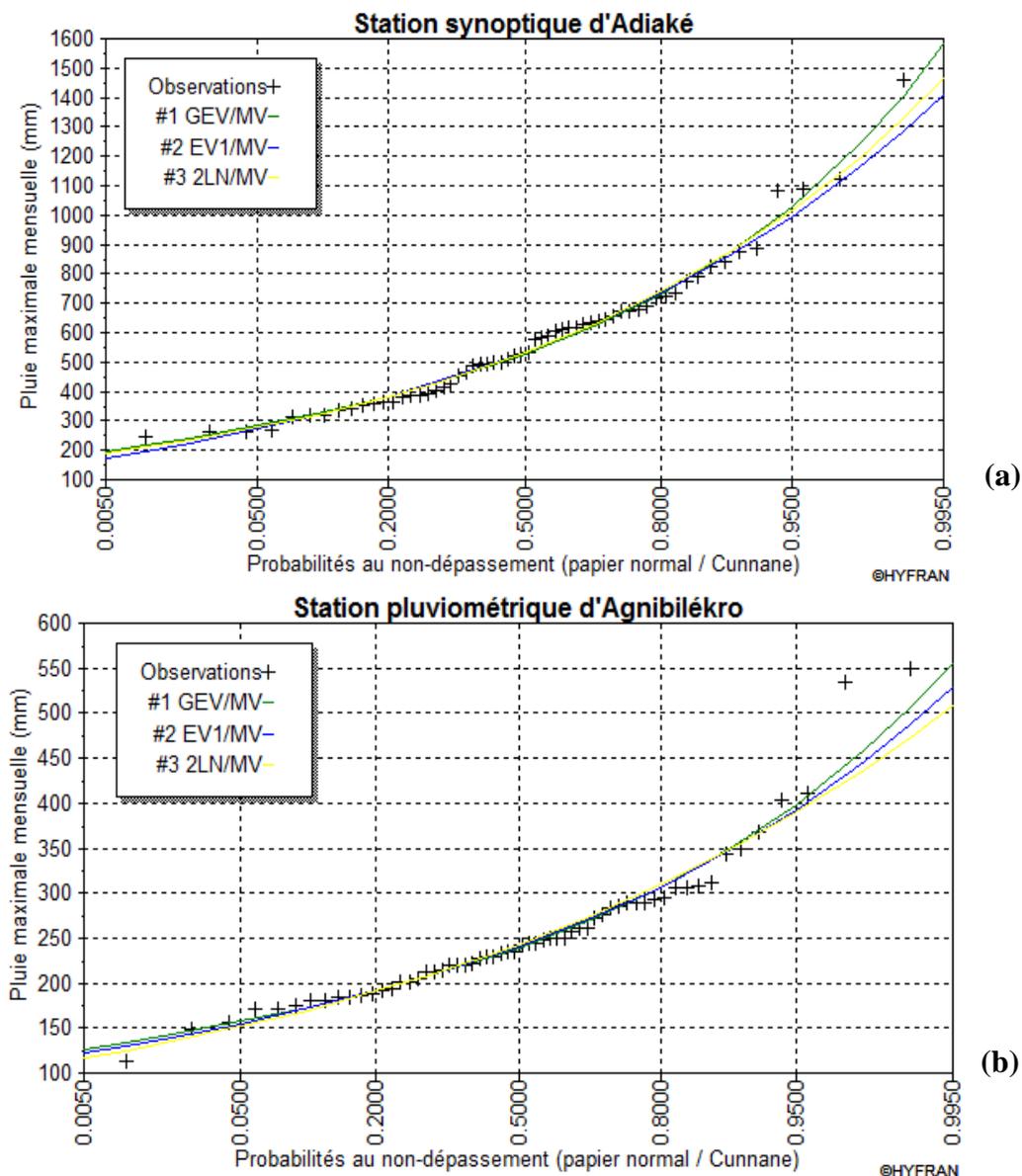
**Figure 2 :** Comparaison graphique des lois de probabilités (GEV : Loi généralisée de valeur extrêmes ; EVI : Loi de Gumbel et 2LN : loi log normal 2) appliquées à la pluie maximale journalière à Aboisso (a) et à Agnibilékro (b) avec les paramètres estimés par la méthode du Maximum de vraisemblance (MV)

L'analyse des résultats montre que, pour des probabilités de non dépassement élevées, les quantiles de pluie maximale journalière à Aboisso (*Figure 2a*) et à Agnibilékro (*Figure 2b*) semblent mieux s'ajuster à la loi de Fréchet et Log normale. À Adiaké (*Figure 3a*) pour des fréquences de non dépassement au-delà de 0,95, les quantiles de pluie maximale journalières semblent mieux s'estimer avec les lois de Fréchet et de Gumbel alors qu'à Bianouan (*Figure 3b*) ce sont les lois de Fréchet et Log normale 2 qui pourraient bien estimer les quantiles de pluie journalière.



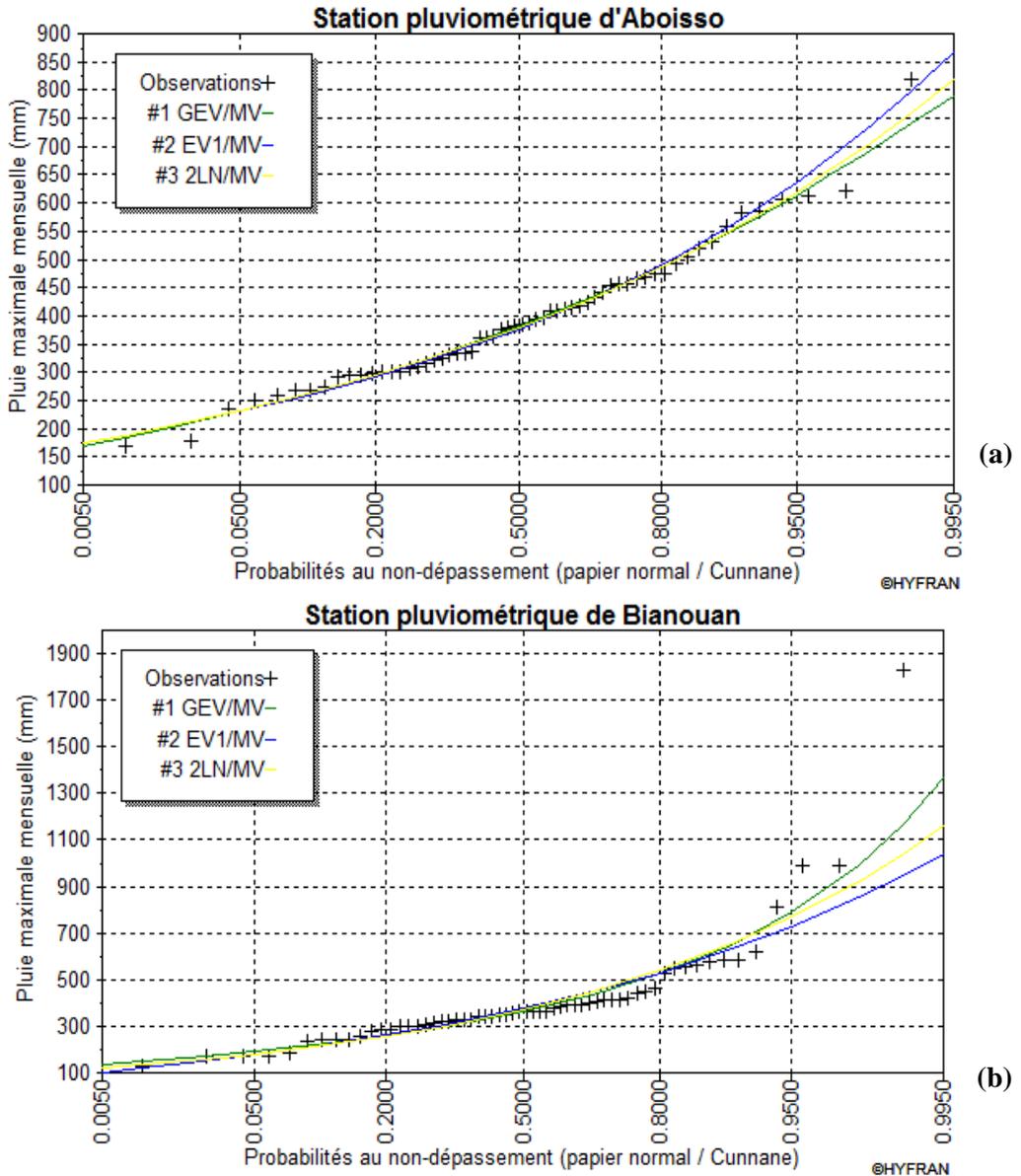
**Figure 3 :** Comparaison graphique des lois de probabilités (GEV : Loi généralisée de valeur extrêmes ; EVI : Loi de Gumbel et 2LN : loi log normal 2) appliquées à la pluie maximale journalière à Adiaké (a) et à Bianouan (b) avec les paramètres estimés par la méthode du Maximum de vraisemblance (MV)

La **Figure 4** indique que la pluie maximale mensuelle à Adiaké (**Figure 4a**) et à Agnibilékro (**Figure 4b**), semble suivre la loi de Fréchet pour des probabilités de non dépassements élevés.



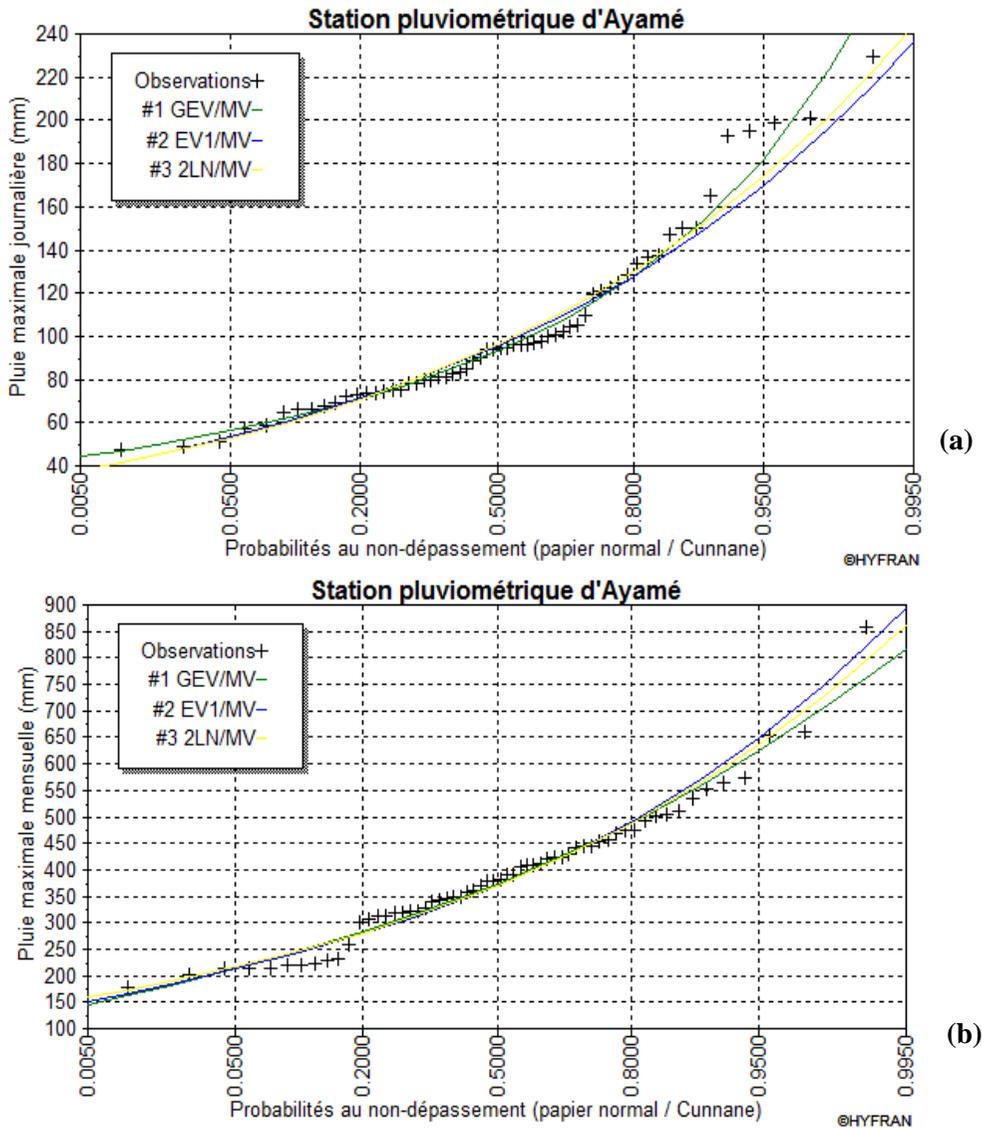
**Figure 4 :** Comparaison graphique des lois de probabilités (GEV : Loi généralisée de valeur extrêmes ; EVI : Loi de Gumbel et 2LN : loi log normal 2) appliquées à la pluie maximale mensuelle à Adiaké (a) et à Agnibilékro (b) avec les paramètres estimés par la méthode du Maximum de vraisemblance (MV)

A Aboisso (**Figure 5a**) il est difficile d’identifier entre les lois de Fréchet et de Gumbel, celles qui s’ajustent mieux aux extrêmes de pluie mensuelle alors qu’à Bianouan (**Figure 5b**) le choix semble porter sur la loi de Fréchet.



**Figure 5 :** Comparaison graphique des lois de probabilités (GEV : Loi généralisée de valeur extrêmes ; EVI : Loi de Gumbel et 2LN : loi log normal 2) appliquées à la pluie maximale mensuelle à Aboisso (a) et à Bianouan (b) avec les paramètres estimés par la méthode du Maximum de vraisemblance (MV)

La **Figure 6** montre qu'il est difficile d'identifier parmi les trois lois celle qui estime mieux les quantiles de pluie extrêmes journalière (**Figure 6a**) et mensuelle (**Figure 6b**) à Ayamé.



**Figure 6 :** Comparaison graphique des lois de probabilités (GEV : Loi généralisée de valeur extrêmes ; EVI : Loi de Gumbel et 2LN : loi log normal 2) appliquées à la pluie maximale journalière (a) et mensuelle (b) à Ayamé avec les paramètres estimés par la méthode du Maximum de vraisemblance (MV)

### III-2-2. Critères numériques

Le **Tableau 3** présente les valeurs des critères AIC et BIC associées aux différentes lois utilisées pour chaque station. L'observation de ce tableau révèle pour la pluie maximale journalière des valeurs de AIC et BIC

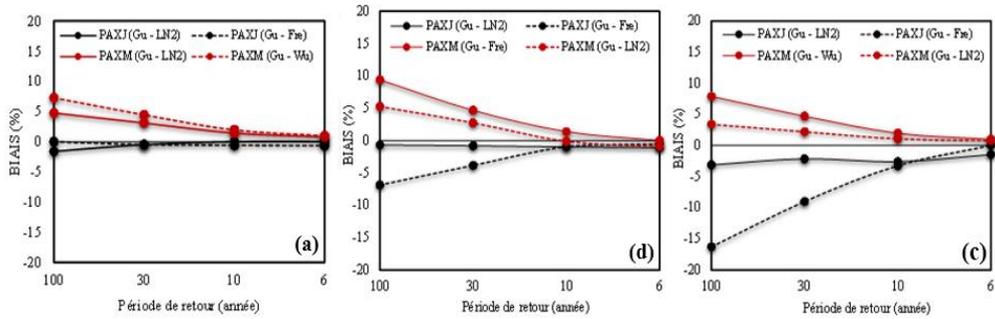
associées à la loi Log normale 2 sont les plus faibles à Adiaké, à Ayamé, à Agnibilékro et à Bianouan. A Aboisso, les valeurs de AIC et BIC les plus faibles sont celles associées à la loi de Gumbel. Par conséquent la loi Log normale 2 s'ajuste le mieux à la pluie maximale journalière d'Adiaké, d'Ayamé, d'Agnibilékro et de Bianouan alors que la loi de Gumbel est mieux adaptée à l'estimation des quantiles de pluie journalière à Aboisso. De même à l'échelle mensuelle, la pluie maximale issue des stations d'Aboisso, d'Adiaké, d'Ayamé et de Bianouan suit la loi Log normale 2 alors que celle issue de la station d'Agnibilékro suit la loi de Gumbel (**Tableau 3**).

**Tableau 3 :** Critère numérique d'évaluation des lois statistiques utilisées dans le contexte pratique

Variables de pluie extrême	Lois	Aboisso		Adiaké		Ayamé		Agnibilékro		Bianouan	
		BIC	AIC	BIC	AIC	BIC	AIC	BIC	AIC	BIC	AIC
PAXJ	GEV	617,1	610,8	642,9	636,6	604,9	598,6	578,3	572,0	652,5	646,2
	Gu	613,1	608,9	639,2	635	603,2	599,9	574,3	570,1	649,8	645,6
	LN2	613,2	609,0	638,9	634,7	603,1	598,9	574,1	569,9	649,1	644,9
PAXM	GEV	749,0	742,8	823,0	816,8	689,0	682,7	757,5	751,2	786,4	783,1
	Gu	745,5	741,4	919,6	815,4	685,2	681,0	754,0	749,8	792,6	788,4
	LN2	745,2	741,1	918,7	814,5	686,7	682,5	753,5	749,3	789,3	785,2

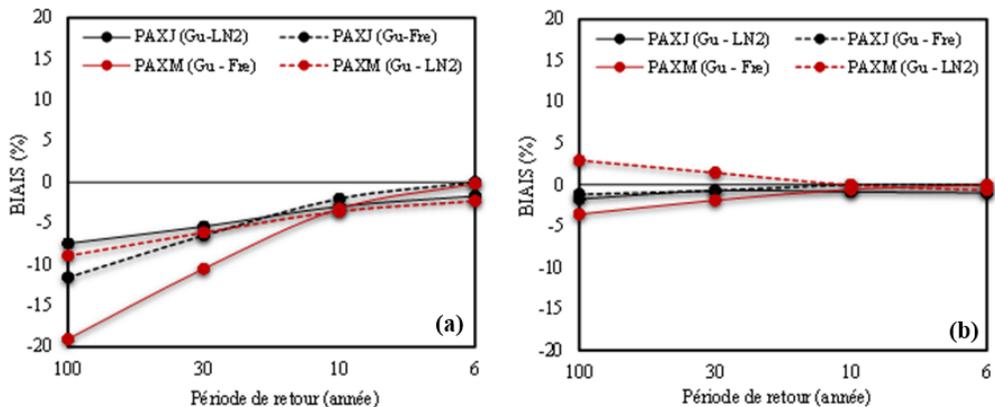
### III-3. Erreur relative d'estimation

Les erreurs relatives d'une utilisation exclusive de la loi de Gumbel par rapport à la loi théorique et à la loi pratique dans l'estimation des quantiles de pluie maximale journalière et mensuelle ont été estimées. Les résultats ont été résumés sous forme de figure. La **Figure 7** présente les écarts relatifs à Aboisso (**Figure 7a**), à Adiaké (**Figure 7b**) et à Ayamé (**Figure 7c**). A l'analyse de cette **Figure**, il ressort que les quantiles de pluies journalières et mensuelles sont sous-estimés par la loi de Gumbel dans les deux approches. Les erreurs d'estimation en valeurs absolue augmentent avec la période retour. Les valeurs restent inférieures à 10 % à toutes les périodes dans les deux contextes sauf la période de retour de 100 ans de l'approche théorique ou la station d'Ayamé enregistre un écart relatif de 16,28 % (**Figure 7c**).



**Figure 7 :** Erreur relative d'estimation de la pluie extrêmes aux stations d'Aboisso (a) ; d'Adiaké(b) et d'Ayamé (c)

La **Figure 8** résume les écarts relatifs dans les deux approches à Bianouan et à Agnibilékro. Les quantiles de pluie extrêmes à Bianouan sont sous-estimés par la loi de Gumbel (**Figure 8a**). Les Biais restent inférieurs à 10 % dans le contexte pratique alors dans l'approche théorique, l'écart relatif excède 10 % pour une période de retour de 100 ans. A Agnibilékro, les écarts relatifs restent inférieurs à 5 %. La loi de Gumbel sous-estime les quantiles sauf la pluie maximale mensuelle dans le contexte pratique (**Figure 8b**).



**Figure 8 :** Erreur relative d'estimation de la pluie extrême aux stations de Bianouan (a) et d'Agnibilékro (b)

#### IV - DISCUSSION

L'estimation des quantiles de pluie extrêmes adoptée dans la présente étude est guidée par des considérations théoriques et pratiques. Ainsi, selon la première considération, la pluie maximale journalière et mensuelle suit majoritairement la loi de Fréchet car le paramètre de forme (k) reste inférieur

à 0 [3, 4]. Cette observation montre que l'ajustement de la pluie extrême selon le contexte théorique suit une logique régionale. Des observations similaires ont été faites par [22] au Québec et en Tunisie par [23]. Par ailleurs, la queue de distribution de la pluie maximale sur le bassin versant de la rivière Bia a un comportement asymptotique hyper – exponentiel. [24] a mis en évidence des comportements asymptotiques similaires à l'Ouest et au Nord-Ouest de la Côte d'Ivoire. Sur le bassin de la Bia, le comportement asymptotique hyper – exponentiel de la queue de distribution de la pluie extrême observé est indépendante de l'échelle temporelle dans la mesure où ce comportement est observé à la fois avec la pluie maximale journalière et mensuelle. Cette invariance d'échelle des phénomènes pluviométriques extrêmes a été abordée dans l'analyse multi-fractale de la pluviométrie en zone Sahélienne [25]. En effet, selon ces auteurs les phénomènes extrêmes observés à une grande échelle se reproduisent d'abord à une petite échelle et convergent vers les grandes échelles. Aussi, [26] révèle que le comportement asymptotique hyper-exponentiel de la queue distribution de la pluie extrême observée dans la présente étude semble être lié à la présence de plusieurs valeurs très exceptionnelles appelées « horsains » dans les séries chronologiques. Ces « horsains » semblent plus prépondérantes à Ayamé dans la mesure où en valeurs absolue, le paramètre de forme  $k$  de la loi de Fréchet est plus élevée à cette station.

Dans un contexte pratique, selon les critères AIC et BIC la loi Log normale 2 est majoritairement la loi à recommander pour estimer les pluies extrêmes journalières et mensuelles. Cette observation met également en exergue le caractère régional la queue de distribution des extrêmes de pluie. Ainsi, selon ce contexte cette queue de distribution de la pluie maximale sur le bassin de la Bia a un comportement asymptotique exponentiel. Ce type de comportement est spécifique aux processus multiplicatifs ou des phénomènes à effet proportionnel, qui représentent la succession des effets de plusieurs phénomènes physiques, se transforme en processus additifs dans une échelle logarithmique [27] déjà mis en exergue dans le contexte théorique dans la présente étude. En outre, ces résultats montrent qu'en matière de quantification du risque associé aux pluies extrêmes sur le bassin de la Bia, la loi de Gumbel ne devrait pas être privilégiée. [28] a fait les mêmes observations en Tunisie. [29] conclut en France que la loi de Gumbel ne prédomine pas dans l'estimation de la pluie extrême. En Côte d'Ivoire, [30] ont montré que le modèle de Gumbel ne pouvait pas être utilisé exclusivement pour la quantification du risque associé aux pluies extrêmes. De même, [23] a montré que sur 44 séries des maxima annuels étudiés, seulement 34 % ont une distribution asymptotique exponentielle (loi de Gumbel). Ces résultats confirment le scepticisme de certains auteurs [31, 32]

quant à l'utilisation exclusive de la loi de Gumbel dans l'estimation de la pluie extrême. Toutefois en Côte d'Ivoire, les paramètres descriptifs des pluies extrêmes issus des études du Comité Inter-Africain d'Etudes Hydrauliques et actuellement utilisés dans les études de génie civil ont été déterminés de façon conventionnelle à l'aide de la loi de Gumbel [12]. Et pourtant, [33] souligne qu'utiliser la loi de Gumbel revient à donner le risque maximum aux ouvrages. Des observations identiques ont été faites dans la présente étude avec la pluie journalière extrême. En effet, une utilisation exclusive de la loi de Gumbel au profit des lois théoriques et pratiques montre que la loi de Gumbel sous-estime les quantiles de pluie maximale journalière par rapport aux approches théoriques et pratiques. Cette observation avait été déjà faite par plusieurs études [21, 34, 35]. Ainsi donc, l'estimation des quantiles de pluie journalière avec la loi de Gumbel dans un projet sous dimensionnerait les ouvrages tout en minimisant le coût et le niveau de sécurité. Cependant, à l'échelle mensuelle les quantiles de pluie sont sous-estimés à Adiaké et à Ayamé puis surestimés à Bianouan et à Agnibilékro. Cette observation rend compte de l'impact du temps sur les phénomènes pluviométriques. Elle justifie donc l'intérêt de l'utilisation de plusieurs types de variables dans l'étude de la pluviométrie extrêmes [10, 36].

Par ailleurs les écarts positifs ou négatifs observés entre la loi de Gumbel et la loi Log normale 2 restent inférieurs à 10 %, seuil de tolérance recommandée par [37]. De même les écarts entre les critères AIC et BIC associés aux lois de Gumbel et Log normale 2 restent faibles. Ces observations sont sans doute liées au fait que la loi Log normale 2 appartient au domaine d'attraction de Gumbel [27] dans la mesure où la queue de distribution de la loi Log normale 2 est légère (non bornée). Toute fois les écarts relatifs entre la loi de Fréchet et la loi de Gumbel excèdent 10 % à Ayamé et à Bianouan surtout pour les pluies très exceptionnelles ( $T = 100$  ans). Cette observation confirme celle faite par [27]. En effet, ces auteurs ont révélé qu'en générale la plupart des distributions donnent le même ajustement pour la partie centrale de la série des observations, mais les écarts surviennent dans l'extrapolation de la partie des extrêmes. En outre, la présence des « horsains » dans les séries pluviométriques influence l'ajustement statistique des lois de probabilité. De plus, les « horsains » en se détachant de la distribution empirique, perturbent considérablement l'ajustement statistique des lois [38]. Ces auteurs concluent que la sensibilité des modèles aux « horsains » augmente avec le nombre de paramètres. Ainsi, la loi Log normale avec 2 paramètres se révèle moins sensible aux « horsains » que la loi de Fréchet qui à 3 paramètres.

## V - CONCLUSION

Les quantiles de pluie maximale journalière et mensuelle ont été estimés de 1941 à 2000 aux stations pluviométriques d'Aboisso, d'Adiaké, de Bianouan, d'Ayamé et d'Agnibilékro selon les approches théorique et pratique. Cette étude a permis de mettre en exergue le caractère régional de l'estimation des quantiles de pluie maximale journalière et mensuelle selon les deux approches. Ainsi, selon une considération théorique caractérisée par une utilisation exclusive de la loi GEV (EV1, EV2 et EV3), la pluie maximale sur le bassin de la Bia suit la loi de Fréchet (paramètre de forme  $k$  inférieur à 0). Dans un contexte pratique caractérisé par l'utilisation de quatre lois (Fréchet, Gumbel, Weibull et Log normale 2) révèle que la pluie extrême suit la loi Log normale 2. Cependant les écarts relatifs entre la loi de Gumbel et les lois théorique et pratique révèlent qu'à l'échelle journalière, la loi de Gumbel sous-estime les quantiles de pluie maximale à toutes les stations. De même à l'échelle mensuelle les quantiles de pluie sont sous-estimés par rapport aux lois théorique et pratique à Adiaké et Ayamé puis surestimés à Bianouan et à Agnibilékro. Par ailleurs, les écarts positifs observés entre la loi Gumbel et la loi Log normale 2 restent inférieurs à 10 %. En définitive une utilisation de la loi de Gumbel dans l'estimation des quantiles de pluie maximale journalière sous-dimensionnerait les ouvrages tout en maximisant le risque d'insécurité avec un coût minimisé. Toutefois, une utilisation de la loi de Gumbel dans l'estimation des quantiles de pluie maximale mensuelle sous dimensionnerait les ouvrages à Aboisso, à Adiaké et à Ayamé tout en sur dimensionnant les ouvrages à Bianouan et à Bianouan.

## RÉFÉRENCES

- [1] - B. MONHYMONT et G. R. DEMAREE, « Courbes intensité-durée-fréquence des précipitations à Yangambi, Congo, au moyen de différents modèles de type Montana », *Journal des Sciences Hydrologiques*, 51, 2 (2006) 239 - 253
- [2] - B. N. NNOMO NNKA, « Contribution à l'actualisation des normes hydrologiques en relation avec les changements climatiques et environnementaux en Afrique de l'Ouest ». Thèse unique de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, France, (2016) 254 p.
- [3] - E. J. GUMBEL, « Statistics of Extremes ». *Columbia University Press*, New York, United States, (1958) 375 p.
- [4] - J. PICKANDS. « Statistical inference using extreme order statistics ». *Annals of statistics*, 3, 1 (1975) 119 - 131
- [5] - H. AKAIKE. « A new-look at the statistical model identifiable ». *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19 (1974) 716 - 723
- [6] - G. SCHWARTZ, « Estimating the dimension of a model ». *The Annals of statistics*, 6 (1978) 461 - 464

- [7] - CIEH, «Étude des pluies journalières de fréquence rare dans les États membres du CIEH». *Edit. CIEH, collection Série Hydrologie*, Ouagadougou (Burkina Faso), 19 (1985) 58 p.
- [8] - L. OYEBANDE, «Deriving rainfall intensity-duration-frequency relationships and estimates for regions with inadequate data ». *Hydrological Sciences Journal*, 27, 3 (1982) 353 - 367
- [9] - A. BENKHALED, «Distributions statistiques des pluies maximales annuelles dans la région du Cheliff : comparaison des techniques et des résultats ». *Courrier du Savoir*, 8 (2007) 83 - 91
- [10] - H. BRAHIM, M. MOHAMED et B. ABDELKADER, «Analyse fréquentielle des pluies journalières maximales Cas du Bassin Chott-Chergui ». *Nature & Technologie*, 08 (2012) 41 - 48
- [11] - G. E. SORO, A. DAO, V. FADIGA, B. T. A. GOULA et B. SROHOROU, «Estimation des pluies journalières extrêmes supérieures à un seuil en climat tropical : cas de la Côte d'Ivoire». *Physio-Géo*, 10, 1 (2016) 211 - 227
- [12] - A. M. KOUASSI, R. A. NASSA K. B. YAO, K. F. KOUAME et J. BIEMI, «Modélisation statistique des pluies maximales annuelles dans le district d'Abidjan (sud de la Côte d'Ivoire)». *Revue des sciences de l'eau*, 31, 2 (2018) 147 - 160
- [13] - E. LE BARTIER et T. MARY-HUARD, «Le critère BIC: fondements théoriques et interprétation. Rapport de recherche ». *Institut National de la Recherche en Information et en Automatique* (France), (2004) 16 p.
- [14] - RAO abd HAMED, « Flood Frequency Analysis ». *CRC Press*, New York, United States, (2001) 350 p.
- [15] - GUO. «A discussion on unbiased plotting positions for the extreme value distribution ». *Journal of Hydrology*, 121, 14 (1990) 33 - 44
- [16] - C. CUNNANE, «Unbiased plotting position ». *Journal of Hydrology*, N° 37 (1978) 205 - 222 p.
- [17] - J. GREENWOOD, J. LANDWEHR, N. MATALAS et J. WALLIS, «Probability weighted moments : definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form ». *Water Resources Research*, 15 (1979) 1049 - 1054
- [18] - P. MEYLAN, A. C. FAVRE et A. MUSY, «Hydrologie fréquentielle, une science prédictive ». 1<sup>ère</sup> Edition. *Presses Polytechniques et Universitaires Romandes*, Lausanne, (2008) 174 p.
- [19] - C. PUECH et D. CHABI-GONNI, «Courbes hauteur de pluie-durée-fréquence en Afrique de l'Ouest pour des pluies de durée 5 min à 24 heures ». *Comité Inter africain d'Etudes Hydrauliques*, Ouagadougou (Burkina Faso), (1984) 155 p.
- [20] - D. KOUTSOYIANNIS, «Statistics of estimation of extreme Rainfall : II. Theoretical of investigation. Empirical investigation of long rainfall records ». *Hydrological Sciences Journal*, 49, 4 (2004b) 591 - 610
- [21] - D. KOUTSOYIANNIS, «A critical review of probability of extreme rainfall II : principles and models ». In R. Ashley, S. Garvin, E. Pasche, A. Vassilopoulos, C. Zevenbergen, (Eds.) *Advances in Urban Flood Management*, (2007) 139 - 166

- [22] - H. ONIBON, T. B. M. J. OUARDA, M. BARBET, St-H. ANDRE, B. BOBEE et P. BRUNEAU, «Analyse fréquentielle régionale des précipitations journalières maximales annuelles au Québec, Canada». *Hydrological Sciences Journal*, 49, 4 (2004) 717 - 735
- [23] - A. MERZOUGUI et M. SLIMANI, «Régionalisation des lois de distribution des pluies mensuelles en Tunisie ». *Journal des Sciences Hydrologiques*, 57, 4 (2012) 668 - 685
- [24] - G. E. SORO, «Modélisation statistique des pluies extrêmes en Côte d'Ivoire ». Thèse de Doctorat Universtisé Nangui Abrogoua, Côte d'Ivoire, (2011) 192 p.
- [25] - HUBERT et CARBONNEL, «Dimensions fractales de l'occurrence de pluie en climat soudano-sahélien ». *Hydrol. Continent*, 4,1 (1989) 3 - 10
- [26] - J. M. MASSON, «Un problème parmi d'autres dans l'analyse des distributions des variables hydrologiques : les horsains (outliers) ». *Statistiques Appliquées, Seminform 4, Edition ORSTOM*, (1991) 303 - 311
- [27] - S. EL-ADLOUNI, B. BOBEE et T. B. M. J. OUARDA, «Caractérisation des distributions à queue lourde pour l'analyse des crues ». *Rapport de recherche*, 929 (2007) 82 p.
- [28] - Z. YADH et L. JEAN-PIERRE, «Modélisation statistique et synthèse cartographique des précipitations journalières extrêmes de Tunisie ». *Revue des sciences de l'eau*, 20, 4 (2007) 409 - 424
- [29] - A. MULLER, «Comportement asymptotique de la distribution des pluies extrêmes en France ». Thèse de doctorat ès science, Université Montpellier II, France, (2006) 246 p.
- [30] - B. T. A. GOULA, B. KONAN, Y. T. BROU, I. SAVANE, V. FADIKA, B. SROHOUROU, «Estimation des pluies exceptionnelles journalières en zone tropicale: cas de la Côte d'Ivoire par comparaison des lois Lognormale et de Gumbel ». *J. des Sc. Hydrologiques*, 52, 2 (2007) 49 - 67
- [31] - D. RAMON, C. BOUVIER, N. LUC et N. HELENE, «Approche régionale pour l'estimation des distributions ponctuelles des pluies journalières dans le Languedoc-Roussillon» . *Journal des Sciences Hydrologiques*, 50, 1 (2005) 17 - 29
- [32] - J-N. BACRO et A. CHAUCHE, «Incertitude d'estimation des pluies extrêmes du pourtour méditerranéen : illustration par des données de Marseille ». *Journal des Sciences Hydrologiques*, 51, 3, (2006) 389 - 405
- [33] - D. KOUTSOYIANNIS, «Statistics of estimation of extreme rainfall I : Theoretical of investigation ». *Hydrological Sciences Journal*, 49, 4 (2004a) 575 - 590
- [34] - S. COLES et L. PERRICHI, «Anticipating catastrophes trough extreme value modeling ». *Journal of the Royal Statistical Society. Series C: Applied Statistics*, 52, 4 (2003) 405 - 416
- [35] - S. A. SISSON, L. R. PERRICHI et S. COLES, «A case for a reassessment of the risk of extreme hydrological hazards in the Caribbean ». *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 20, 4 (2006) 296 - 306

- [36] - A. A. ASSAINI, «Variabilité temporelle et persistance des épisodes secs en saison des pluies à Lubumbashi (Congo – Kinshasa) », *Note méthodologie Sécheresse*, 10, 1 (1999) 45 - 53
- [37] - C. LANG, « Etiages et tarissements : vers quelles modélisations ? L'approche conceptuelle et l'analyse statistique en réponse à la diversité spatiale des écoulements en étiage des cours d'eau de l'Est français ». Thèse de doctorat Centre de Recherche Géographique France, (2007) 374 p.
- [38] - P. ARNAUD, J. LAVABRE et J.-M. MASSON, «Amélioration des performances d'un modèle stochastique de génération de hyètoigrammes horaires : application au pourtour méditerranéen français ». *Revue des Sciences de l'Eau*, 12, 2 (1999) 251 - 271