

## **MODÉLISATION STATISTIQUE DES DÉBITS D'ÉTIAGE AU SEIN DU BASSIN VERSANT DU N'ZI, BANDAMA, CÔTE D'IVOIRE**

**Amani Michel KOUASSI<sup>1\*</sup>, Michel Tozan N'GUESSAN BI<sup>2</sup>,  
Relwindé Abdoul - Karim NASSA<sup>3</sup>, Koffi Fernand KOUAME<sup>4,5,6</sup>  
et Jean BIEMI<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>*Institut National Polytechnique Félix Houphouët-Boigny (INP-HB),  
Département des Sciences de la Terre et des Ressources Minières (STeRMi),  
Laboratoire du Génie Civil, des Géosciences et des Sciences Géographiques,  
BP 1093 Yamoussoukro, Côte d'Ivoire*

<sup>2</sup>*Institut National Polytechnique Félix Houphouët-Boigny (INP-HB),  
Département Infrastructures et Transport (IT), Laboratoire du Génie Civil,  
des Géosciences et des Sciences Géographiques,  
BP 1093 Yamoussoukro, Côte d'Ivoire*

<sup>3</sup>*Institut National Polytechnique Félix Houphouët-Boigny (INP-HB), École  
Doctorale Polytechnique (EDP), BP 1093 Yamoussoukro, Côte d'Ivoire*

<sup>4</sup>*Université Félix Houphouët-Boigny d'Abidjan-Cocody, Unité de Formation  
et de Recherche des Sciences de la Terre et des Ressources Minières  
(UFR-STRM), Laboratoire des Sciences et Techniques de l'Eau et de  
l'Environnement (LSTEE), 22 BP 582 Abidjan 22, Côte d'Ivoire*

<sup>5</sup>*Université Félix Houphouët-Boigny d'Abidjan-Cocody, Centre  
Universitaire de Recherche et d'Application en Télédétection (CURAT),  
22 BP 801 Abidjan 22, Côte d'Ivoire*

<sup>6</sup>*Université Virtuelle de Côte d'Ivoire (UVCI), 28 BP 536 Abidjan 28,  
Côte d'Ivoire*

---

\* Correspondance, e-mail : [michel.a\\_kouassi@yahoo.fr](mailto:michel.a_kouassi@yahoo.fr)

### **RÉSUMÉ**

Il est constaté une baisse importante des débits des cours d'eau en Afrique de l'Ouest dans le contexte actuel de changements globaux. Il est donc important de caractériser et de prédire les débits d'étiage afin de mettre en place des moyens de gestion. Ainsi, l'analyse de la sévérité des étiages à travers les seuils caractéristiques (seuils d'alerte, de tolérance et de crise) passe par l'étude des variables telles que le débit moyen mensuel minimal annuel (Q-MNA) à travers l'analyse fréquentielle. Cet article a pour objectif de trouver une loi théorique qui peut montrer une bonne représentation de la fonction de distribution des débits moyens mensuels annuels de basses eaux

pour la prévention des étiages dans le bassin versant du N'zi-Bandama (Côte d'Ivoire). Les données de débits mensuels utilisées couvrent la période allant de 1960 à 2016. L'approche méthodologique a été conçue sur la démarche de l'analyse fréquentielle. Ainsi, des lois de distribution généralement utilisées dans la modélisation statistique des étiages ont été retenues dans cette étude : la loi log-normale, la loi exponentielle, la loi gamma et la loi de Weibull. Elles ont été ajustées aux débits moyens des mois de janvier, février et mars, qui ont été identifiés comme les mois dont les débits sont inférieurs aux débits de fréquence 0,2 (QMNA-5) fixée comme seuil pour la détermination des variables de travail. Les paramètres des différentes lois ont été estimés par la méthode des maximums de vraisemblance et la méthode des moments pondérés. Les fréquences empiriques ont été calculées à partir de la relation de Hazen. L'ajustement a été apprécié à partir de représentations graphiques et du test de Khi-deux. Deux critères (critère d'Akaike et critère Bayésien) ont été retenus pour trancher sur le choix des meilleurs modèles. Les principaux résultats obtenus ont montré que les débits moyens mensuels de basses eaux du bassin versant du N'zi-Bandama sont mieux ajustés par la loi log-normale. Il est donc recommandé d'utiliser cette loi pour la caractérisation de la sévérité des basses eaux dans le bassin versant du N'zi-Bandama à travers la détermination des seuils d'alerte, de tolérance et de crise.

**Mots-clés** : *débits d'étiage, débits seuillés, analyse fréquentielle, N'zi-Bandama, Côte d'Ivoire.*

## **ABSTRACT**

### **Modeling of low flow discharge of the N'zi-Bandama watershed, Ivory Coast**

There is a significant decline in stream flows in West Africa in the current context of global changes. It is therefore important to characterize and predict low flow flows discharge in order to establish management strategies. Thus, the analysis of the severity of low flow discharge levels through the warning, tolerance and crisis levels involves studying variables such as the mean annual minimum monthly flow (Q-MNA) through frequency analysis. This article aims at finding a theoretical law that can show a good representation of the distribution function of annual minimum monthly mean flows (Q-MNA) for the prevention of low flow discharge levels in the N'zi-Bandama watershed (Ivory Coast). The monthly flow data used cover the period from 1960 to 2016. The methodological approach was designed on the frequency analysis approach. Thus, distribution laws generally used in the

statistical modeling of low flows were retained in this study : the lognormal law, the exponential law, the gamma law and the Weibull law. They were adjusted at the average flow rates of January, February and March, which were identified as the months with flows below frequency flows 0.2 (QMNA-5) set as thresholds for determining working variables. The parameters of the different laws were estimated by the maximum likelihood method and the weighted moments method. Empirical frequencies were calculated from the Hazen relationship. The fit was appreciated from graphical representations and the chi-square test. Two criteria (Akaike criterion and Bayesian criterion) were chosen to decide on the choice of the best model. The main results obtained showed that the annual minimum monthly flows of the N'zi-Bandama watershed are better adjusted by the lognormal law. It is therefore recommended to use the lognormal law in the characterization of the severity of low water levels in the N'zi-Bandama watershed through the determination of warning, tolerance and crisis levels.

**Keywords :** *low flow discharge, thresholded flow, Frequency analysis, N'zi-Bandama, Ivory Coast.*

## I - INTRODUCTION

Au cours des dernières décennies, les faibles précipitations et les températures élevées ont entraîné une baisse importante des débits des cours d'eau en Afrique de l'Ouest en général et en Côte d'Ivoire en particulier. Diverses études hydrologiques suggèrent que les changements climatiques anticipés entraîneront une diminution des débits d'étiage des cours d'eau. Cette situation prévue contraint les gestionnaires à être proactifs quant à la gestion de l'eau en période d'étiage. Aussi, dans un contexte où les pressions exercées sur les milieux aquatiques ne cessent d'augmenter, la connaissance des débits d'étiage constitue-t-elle un enjeu majeur pour une gestion cohérente de la ressource en eau [1,2]. En France, la loi sur l'eau de 1992 fixe le débit moyen mensuel minimum de l'année (QMNA) comme débit de référence pour les étiages [1]. Le phénomène d'étiage est donc une préoccupation pour de nombreux pays, à travers le problème d'une meilleure gestion de la ressource en eau (prévision et prédétermination) et une meilleure compréhension des processus qui influent sur ce phénomène et de leurs évolutions, notamment dans le contexte de changement climatique actuel et d'augmentation continue des prélèvements en eau. En effet, l'étiage est un phénomène saisonnier, plus ou moins sévère, plus ou moins long, qui concerne tous les cours d'eau. L'impact de l'étiage sur le volume d'eau disponible peut entraîner de nombreux problèmes. Ainsi, les rivières servent-

elles régulièrement à l'approvisionnement en eau, à l'irrigation ou encore à la production d'énergie. Les cours d'eau jouent aussi un rôle important dans le maintien du bon fonctionnement des écosystèmes. Ce besoin en eau, lié aux écosystèmes et aux activités anthropiques, demeure important, même dans les périodes d'étiage. Un système d'alerte basé sur des débits seuillés constituera donc un outil de gestion puissant pour établir un plan d'intervention en cas de dépassements de seuils critiques. Aussi, un tel système peut être utilisé pour évaluer la vulnérabilité des cours d'eau face aux changements climatiques et pour identifier des avenues d'adaptation. Sur la base d'un suivi d'indicateurs et de prévisions associées, le système d'alerte indiquera le moment où des mesures restrictives de prélèvement et de consommation doivent commencer à être appliquées. La principale préoccupation au niveau des étiages est de prédire les périodes de basses eaux afin de mettre en place des moyens de gestion. Dans ces analyses, le débit minimum instantané est rarement la variable intéressante pour l'utilisateur comme l'était le débit maximum instantané pour l'étude des crues. Il est donc important de connaître les différents indices de caractérisation des débits d'étiage (Q95, VCN7, QMNA, etc.) [1 - 3].

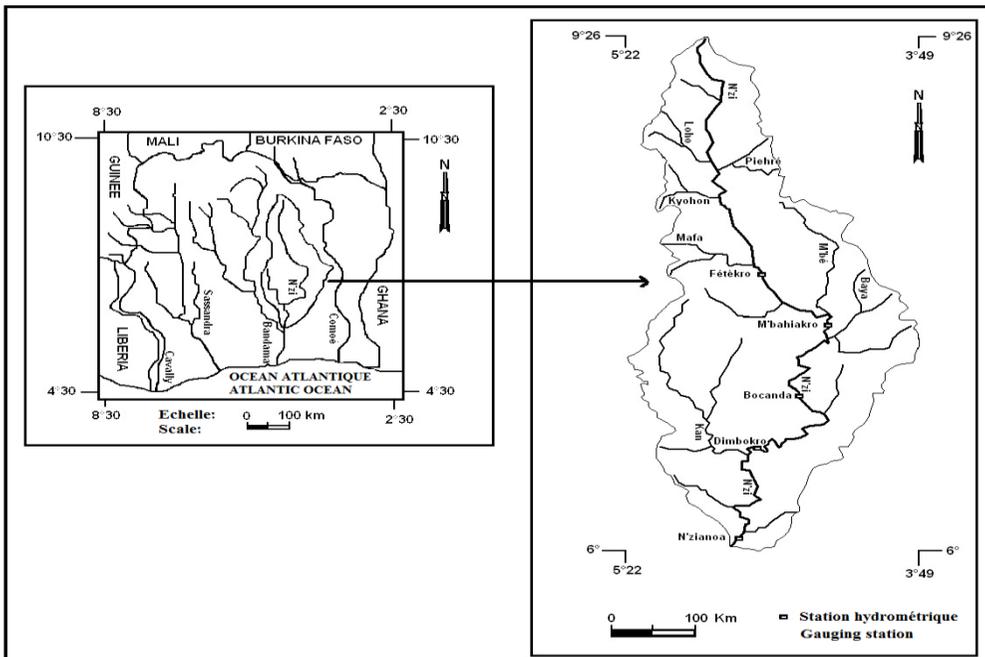
Dans le cadre de cette étude, la variable utilisée est le QMNA qui permet la détermination des débits de seuils caractéristiques de tolérance, d'alerte et de crise (QMNA-2 ; QMNA-5 ; QMNA-10). Cependant, ces indices sont des statistiques dérivées de quantiles de chroniques de débits d'étiage dont la détermination est basée sur l'analyse fréquentielle qui elle-même s'appuie sur des modèles statistiques. Il est donc nécessaire de rechercher pour un cours d'eau donné, les modèles statistiques qui ajustent au mieux les débits moyens mensuels minimaux annuels (débits seuillés). Beaucoup d'efforts ont été déployés par les chercheurs scientifiques du monde entier pour la modélisation des caractéristiques des débits d'étiages dans les bassins jaugés et non jaugés [4 - 11]. Cependant, de tels travaux sont rares au niveau des bassins versants des grands fleuves ivoiriens. Ainsi, la présente étude a pour objectif de modéliser du point de vue statistique, les débits moyens mensuels de basses eaux du N'zi-Bandama (Côte d'Ivoire) dont les eaux sont utilisées pour l'alimentation en eau potable des populations ainsi que pour l'agriculture, la pêche, l'élevage, etc. dans l'optique d'une meilleure gestion des ressources en eau de ce bassin.

## **II - MATÉRIEL ET MÉTHODES**

### **II-1. Présentation de la zone d'étude**

La Côte d'Ivoire fait partie des pays du Golfe de Guinée. Elle s'étend sur une superficie de 322 462 Km<sup>2</sup>, environ 1 % du continent africain. Le secteur

d'étude est le bassin versant du N'zi (**Figure 1**), sous-bassin du fleuve Bandama (Côte d'Ivoire). Il est compris entre les longitudes 3°49' et 5°22' Ouest et les latitudes 6°00' et 9°26' Nord et couvre une superficie de 35 500 km<sup>2</sup>. Le N'zi prend sa source au nord de la Côte d'Ivoire dans la région de Ferkéssédougou à une altitude de 400 m et coule globalement suivant une direction nord-sud. Le N'zi a une pente moyenne de 0,053 %. La densité du réseau hydrographique diminue du sud au nord. L'affluent principal du N'zi est le Kan qu'il reçoit à environ 5 km en aval de Dimbokro [12]. De par sa configuration géographique allongée, le bassin versant du N'zi est représentatif des grands ensembles climatiques de la Côte d'Ivoire. Au nord, règne le régime tropical de transition (climat soudano-guinéen) avec des pluies annuelles inférieures à 1200 mm. Le régime tropical humide (climat baouléen) est caractéristique de la partie centrale du bassin avec des pluies annuelles comprises entre 1200 et 1600 mm/an. Le sud du bassin se caractérise par un régime subéquatorial (climat attiéen) avec des pluviométries supérieures à 1600 mm/an [12]. Le bassin du N'zi se caractérise par une végétation savanicole dans le Centre et le Nord. La partie sud est couverte par la forêt. Le relief du bassin est peu accidenté. Il est généralement constitué de plateaux (100 à 400 m en moyenne). Cette monotonie est rompue par la chaîne Baoulé. Les principaux types de sol sont les sols ferralitiques moyennement dessaturés (nord) et les sols ferralitiques fortement dessaturés (centre et sud). Ces éléments (végétation, relief, types de sol, etc.) définissent les conditions physiques de l'écoulement [12].



**Figure 1 :** Présentation du bassin versant du N'zi-Bandama

## II-2. Données

Les données hydrométriques utilisées dans cette étude ont été mises à notre disposition par la Direction Générale des Infrastructures de l'Hydraulique Humaine (DGIHH). Elles concernent les débits mensuels. Le réseau hydrométrique choisi pour notre étude est constitué de cinq stations hydrométriques (Fétékro, M'Bahiakro, Bocanda, Dimbokro et N'Zianouan) (*Figure 1*). Ces différentes données couvrent la période 1960-2016 (57 ans). Les débits moyens mensuels de basses eaux retenus après une analyse fréquentielle au seuil de 0,2 concernent les débits des mois de janvier, février et mars (débits seuillés). Les différentes caractéristiques statistiques de ces débits d'étiage sont consignées dans le tableau 1. L'analyse de ces données montre que les minimums des valeurs de la série étudiée sont compris entre 0,04 m<sup>3</sup>/s et 0,12 m<sup>3</sup>/s et les maximums des valeurs entre 3,12 m<sup>3</sup>/s et 14,7 m<sup>3</sup>/s. Les moyennes et les écarts-types les plus faibles sont relevés sur la station de Fétékro (moyenne : 0,45 m<sup>3</sup>/s et écart-type : 0,57 m<sup>3</sup>/s) et les plus fortes sur la station de N'zianouan (moyenne : 1,7 m<sup>3</sup>/s et écart-type : 2,4 m<sup>3</sup>/s). Les coefficients d'asymétrie calculés étant positifs pour toutes les stations, ceci permet de dire que les données de débits de basses eaux étudiées sont étalées à droite de la moyenne. Et étant donné que les coefficients d'aplatissement sont tous positifs, le pic de la distribution des débits est plus aplati que celui d'une loi normale.

**Tableau 1 :** *Caractéristiques statistiques des débits moyens mensuels de basses eaux (m<sup>3</sup>/s) du N'zi-Bandama*

Station	Fétékro	M'Bahiakro	Bocanda	Dimbokro	N'Zianouan
Minimum	0,04	0,08	0,05	0,04	0,12
Maximum	3,12	5,63	6,4	6,19	14,7
Moyenne	0,45	0,67	0,9	1,15	1,7
Ecart-type	0,57	1,02	1,18	1,36	2,4
Aplatissement	13,6	13,9	11,9	7,48	3,55
Asymétrie	3,3	3,43	3,06	2,34	16,5

## II-3. Hypothèses de l'analyse fréquentielle

L'analyse fréquentielle passe en premier lieu par l'appréciation de la qualité des séries à posséder une fonction de distribution en utilisant les tests de stationnarité de Kendall (1975), d'indépendance de Wald-Wolfowitz (1943) et d'homogénéité de Wilcoxon (1945) [13 - 15]. Ces tests fonctionnent tous sur le même principe qui consiste à énoncer une hypothèse sur la population mère et à vérifier sur les observations constatées si celles-ci sont vraisemblables dans le cadre de cette hypothèse. L'hypothèse à tester est

appelée  $H_0$  (hypothèse nulle) et s'accompagne impérativement de son hypothèse alternative appelée  $H_1$ . Le test s'attachera à valider ou à rejeter  $H_0$  (et par conséquent à tirer la conclusion inverse pour  $H_0$ ). Si le résultat du test amène à accepter l'hypothèse nulle  $H_0$ , alors la probabilité que la répartition soit aléatoire est élevée. En revanche, le rejet de  $H_0$  signifie que cette répartition des réponses recèle des informations qui ne semblent pas être aléatoires et qu'il convient d'approfondir l'analyse. Le test d'homogénéité de Wilcoxon (1945) à l'échelle annuelle consiste à découper la série selon les différentes ruptures et à vérifier si ces sous-séries ont la même moyenne. Les hypothèses sont donc :

- $H_0$  : les moyennes des deux sous-échantillons sont égales;
- $H_1$  : les moyennes des deux sous-échantillons sont différentes.

Le test de stationnarité de Kendall (1975) est un test de corrélation sur le rang et sert à détecter les tendances dans les séries [16]. Pour ce test, les hypothèses sont les suivantes :

- $H_0$  : il n'y a aucune tendance dans les observations ;
- $H_1$  : il y a une tendance dans les observations.

Le test d'indépendance de Wald-Wolfowitz (1943) est utile pour vérifier dans les observations, l'existence d'une dépendance séquentielle qui conduirait, lorsque celle-ci est avérée, à définir le type et le niveau de celle-ci avant de continuer l'étude du processus des fréquences. Pour cela les hypothèses sont les suivantes :

- $H_0$  : les observations sont indépendantes;
- $H_1$  : les observations sont dépendantes.

#### **II-4. Choix et estimation des paramètres des modèles statistiques**

Le choix des différents modèles statistiques retenus pour l'ajustement des débits d'étiages repose sur des considérations théoriques et les recommandations des travaux antérieurs en la matière [13]. De manière générale, la détermination de la meilleure loi d'ajustement a toujours été délicate et le choix du modèle peut être crucial pour l'estimation des différentes périodes de retour des valeurs extrêmes. Dans le cadre de cette étude, quatre (4) lois ont été retenues dont la loi Exponentielle (EX2), la loi Gamma (G2), la loi Log-normale (LN2) et la loi Weibull (1951) (W2). La présentation complète de ces lois a été faite par plusieurs auteurs dont [13] qui stipule que la loi Log-normale, la loi Weibull (1951) et la loi Exponentielle sont les lois les plus fréquemment utilisés en hydrologie et

CARUSO (2000) cité par [1] indique que les lois les plus fréquemment utilisées pour ajuster les débits d'étiage sont les lois Log-normale, GEV, Weibull (1951), Gamma, Pearson type 3 et Log Pearson type 3. Les modèles statistiques retenus à priori pour l'ajustement des variables des débits d'étiages sont présentés dans le **Tableau 2**.

**Tableau 2 :** *Modèles statistiques présélectionnés pour l'ajustement des débits d'étiages*

Lois de probabilité	Fonctions de densité f(x)	Paramètres
Loi Exponentielle	$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left(-\frac{x-m}{\alpha}\right)$ (1)	$m, \alpha$
Loi Gamma	$f(x) = \frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} x^{\lambda-1} e^{-\alpha x}$ (2)	$\lambda, \alpha$
Loi Log-normale	$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$ (3)	$\mu, \sigma$
Loi Weibull	$f(x) = \frac{c}{\alpha} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^c\right]$ (4)	$\alpha, c$

où,

- $\alpha$  : paramètre d'échelle ; m : paramètre de forme pour la loi Exponentielle ;
- $\lambda$  : paramètre de forme ;  $\alpha$  : paramètre d'échelle pour la loi Gamma ;
- $\mu$  : l'Esperance ;  $\sigma$  : l'écart type pour la loi Log-normale ;
- $\alpha$  : paramètre d'échelle ; c : paramètre de forme pour la loi Weibull (1951).

Deux méthodes d'estimation des paramètres couramment utilisées en hydrologie ont été envisagées dans le cadre de cette étude, à savoir la méthode du maximum de vraisemblance et la méthode des moments. Ainsi, les paramètres des lois Exponentielle, Log-normale, Gamma ont été estimés par la méthode des maximum de vraisemblance et celle de la loi Weibull (1951) par la méthode des moments.

## II-5. Calcul des fréquences empiriques

La détermination des fréquences expérimentales se base sur l'étude critique et comparative des différentes approches pour le développement des fonctions de probabilité empiriques (FPE). Malgré la recommandation d'utiliser la FPE basée sur la médiane des statistiques d'ordre comme

compromis entre les FPE non biaisées et les FPE basées sur le mode des statistiques d'ordre, la **Formule** de Hazen (1914) a été retenue. En effet, en zone tropicale humide, celle-ci a été utilisée par la plupart des auteurs [17 - 19]. Après un classement par ordre croissant d'un échantillon de débits d'étiage de taille  $n$ , l'expression de la fréquence empirique ou expérimentale de non-dépassement de Hazen (1914) pour une valeur  $x$  de rang  $i$  se note (**Équation 5**) :

$$f(X_i) = \frac{i - 0,5}{n} \quad (5)$$

avec,  $n$  la taille de l'échantillon considéré.

## II-6. Validation du modèle statistique

De nombreuses techniques existent pour comparer les différentes méthodes d'analyse des lois de probabilité et pour choisir la meilleure. C'est le test d'adéquation du khi-deux qui a été adopté. Aussi, l'examen visuel des graphiques d'ajustement réalisés, même s'il peut paraître rudimentaire, reste un bon moyen pour juger de la qualité d'un ajustement et devrait toujours constituer un préambule à tout test statistique. Enfin, les critères d'Akaike (AIC) proposé par Akaike (1974) et Bayésien (BIC) proposé par Schwarz (1978) sont représentés [20]. De nombreuses techniques existent pour comparer les différentes méthodes d'analyse des lois de probabilité et pour choisir la meilleure. Le test d'adéquation du khi-deux a été adopté, en tant que test le plus ancien et le plus puissant. Il a été introduit au début du siècle par Karl Pearson comme, l'examen visuel des graphiques d'ajustement réalisés, même s'il peut paraître rudimentaire, reste un bon moyen pour juger de la qualité d'un ajustement et devrait toujours constituer un préambule à tout test statistique [21]. La procédure d'application du test de Khi-deux se présente comme suit. Soit un échantillon de  $n$  valeurs classées par ordre croissant (ou décroissant) et pour lequel une loi de répartition  $F(x)$  a été déterminée ; on divise cet échantillon en un certain nombre  $k$  de classes contenant chacune  $n_i$  valeurs expérimentales. Le nombre  $v_i$  est le nombre théorique de valeurs affectées à la classe  $i$  par la loi de répartition. Ce nombre  $v_i$  est donné par (**Équation 6**) :

$$v_i = n \int_{x_{i+1}}^{x_i} f(x) dx = n[F(x_i) - F(x_{i+1})] \quad (6)$$

$f(x)$  étant la fonction densité de probabilité correspondant à la loi théorique.

L'expression de  $\chi^2$  expérimental est présentée comme suit (**Équation 7**) :

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - v_i)^2}{v_i} \quad (7)$$

La probabilité de dépassement correspondant au nombre de degré de liberté  $\lambda$  est ainsi déterminée (avec  $\lambda = k - 1 - n_p$ ,  $n_p$  étant le nombre de paramètres de la loi  $F(x)$ ). Si cette probabilité est supérieure à 0,05, l'ajustement est satisfaisant. Dans le cas contraire, il y a rejet de la loi. La sélection de la distribution statistique la mieux ajustée aux échantillons a été faite à l'aide de deux critères à savoir le critère d'Akaike (1974) et le critère d'information bayésien (BIC). Ces deux critères permettent de choisir la loi la mieux ajustée en tenant compte de l'erreur d'estimation et de la parcimonie (nombre de paramètres à ajuster). La distribution pour laquelle les valeurs des deux critères sont les plus faibles est celle qui est sélectionnée.

En d'autres termes, il s'agit de déterminer le meilleur ajustement. En effet, le but de ces critères est de rechercher un compromis entre une paramétrisation suffisante pour bien ajuster une loi de probabilité aux observations, et une paramétrisation la moins complexe possible. Un tel compromis permet de respecter le principe de parcimonie des lois de distribution de fréquences théoriques. Ainsi, la meilleure loi est celle dont les valeurs d'AIC et de BIC sont les plus faibles par rapport aux autres valeurs de la série de données analysées. Les fondements de base de ces critères sont développés ci-après. L'expression du critère d'information d'Akaike (1974) (AIC) se présente comme suit [18, 20] (*Équation 8*) :

$$BIC = -2 \log(L) + 2k \log(N) \quad (8)$$

où,

- L : la vraisemblance ;
- K : le nombre de paramètres ;
- N : la taille de l'échantillon.

L'expression du critère d'information Bayésien (BIC) se présente comme suit [18, 20] (*Équation 9*) :

$$AIC = -2 \log(L) + 2k \quad (9)$$

où,

- L : la vraisemblance ;
- K : le nombre de paramètres.

### III - RÉSULTATS

#### III-1. Vérification des tests d'hypothèse de l'analyse fréquentielle

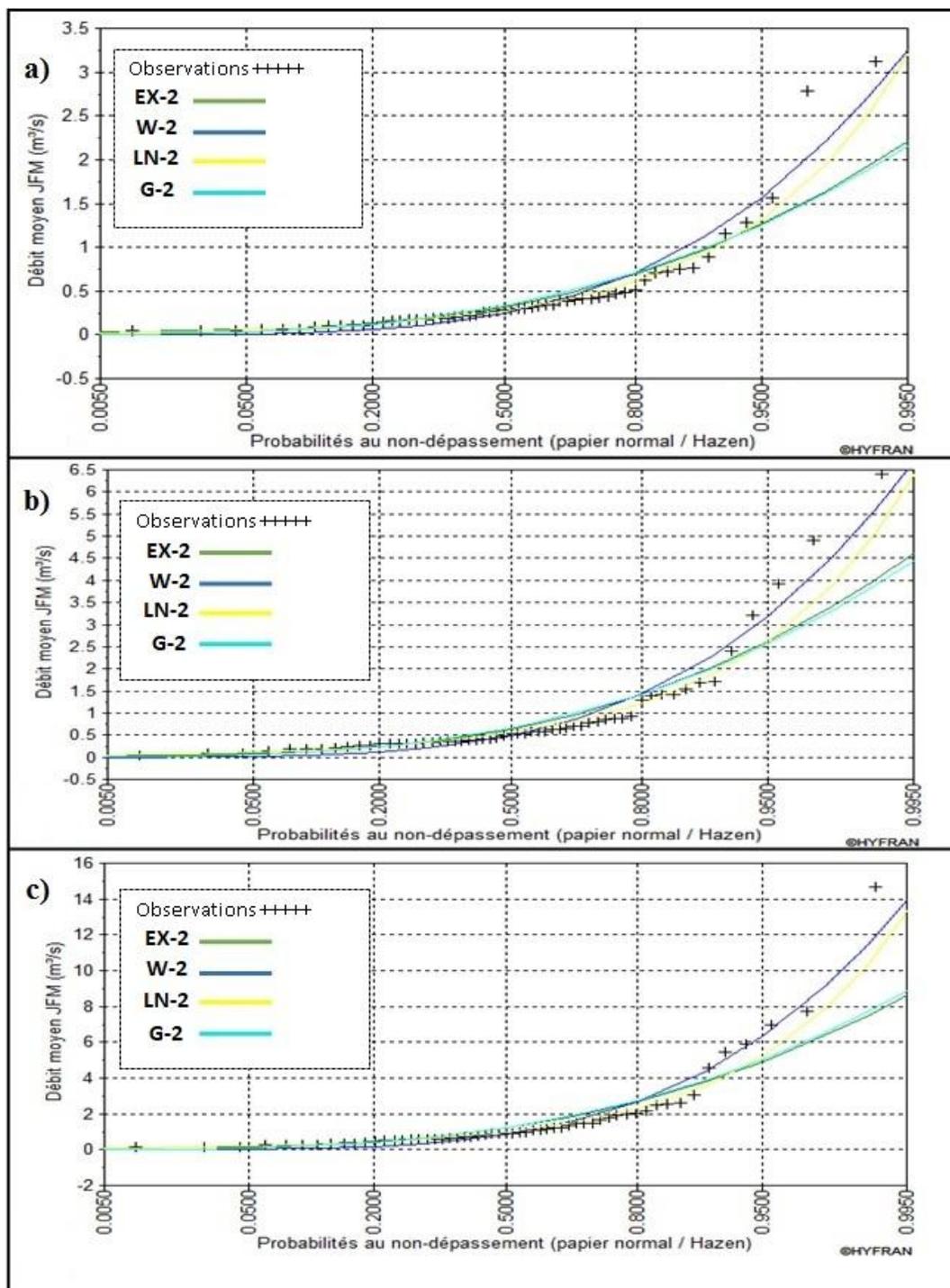
Le **Tableau 3** présente les résultats des trois tests utilisés pour vérifier si les données des débits moyens mensuels de basses eaux étudiés, qui sont des débits seuillés, respectent les hypothèses de l'analyse fréquentielle. Le test de Wald-Wolfowitz (1943) permet de vérifier l'indépendance mutuelle des données et son seuil étant accepté à 1 % pour la station de M'Bahiakro et de 5 % pour la station de Fétékro mais rejeté pour les trois (3) autres stations. On peut conclure qu'il n'y a pas d'autocorrélation entre les observations des deux stations acceptées. Le test de Kendall (1975) s'est révélé concluant pour les stations de Fétékro, M'Bahiakro et Dimbokro à un niveau de signification de 1 % et rejeté à ce même seuil pour les deux (2) autres stations. Tandis que pour le test d'homogénéité de Wilcoxon, l'hypothèse a été acceptée au seuil de 1 % pour les stations de Fétékro et de Dimbokro. Ces résultats amènent à dire que certaines stations ne semblent pas vérifier certaines conditions d'application de l'analyse fréquentielle excepté la station de Fétékro qui remplit toutes les conditions.

**Tableau 3 :** Résultats des tests d'hypothèse de l'analyse fréquentielle des débits d'étiage

Stations	Test d'indépendance		Test de stationnarité		Test d'homogénéité	
	U	P	K	P	W	P
Fétékro	1,82	$6,9.10^{-2}$	2,31	$2,11.10^{-2}$	2,44	$1,48.10^{-2}$
M'Bahiakro	2,36	$1,85.10^{-2}$	2,3	$2,15.10^{-2}$	3,06	$2,23.10^{-3}$
Bocanda	3,15	$1,63.10^{-3}$	2,74	$6,16.10^{-3}$	3,15	$1,63.10^{-3}$
Dimbokro	2,94	$3,3.10^{-3}$	2,52	$1,2.10^{-2}$	2,45	$1,4.10^{-2}$
N'Zianouan	3,05	$2,27.10^{-3}$	3,24	$1,19.10^{-3}$	4,24	$2,28.10^{-5}$

#### III-2. Ajustement des débits moyens mensuels de basses eaux

La **Figure 2** montre que les courbes relatives à la loi Log-normale et Weibull (1951) sont relativement proches et se superposent mieux aux débits moyens mensuels de basses eaux des stations du N'zi-Bandama.



**Figure 2 :** Comparaison des lois d'ajustements des débits d'étiage :  
 a) Fétékro ; b) Bocanda ; c) N'zianouan

Les résultats du test de  $\chi^2$  appliqué aux débits moyens mensuels de basses eaux des cinq stations sont consignés dans le **Tableau 4**. Il est constaté que les lois Log-normale (LN2) et Exponentielle (EX2) ont été acceptées au seuil de 5 % pour les cinq stations. Par contre, la loi Weibull (1951) (W2) n'a été acceptée que pour la station de Dimbokro au seuil de 1 %. La loi Gamma a été rejetée à ce même seuil pour la station de M'Bahiakro. Les résultats de ce test permettent plus ou moins de retenir que les meilleures lois d'ajustement sont les lois Exponentielle (EX2) et Log-normale (LN2) sur les cinq stations. Ce test n'étant pas suffisant pour faire un choix final concernant la meilleure loi d'ajustement des débits de basses eaux du bassin versant du N'zi, il convient de recourir aux critères AIC et BIC.

**Tableau 4 :** Résultats du test de  $\chi^2$  appliqué aux débits d'étiage

Stations	Loi Gamma		Loi Exponentielle		Loi Weibull		Loi Log-normale	
	$\chi^2$	p	$\chi^2$	p	$\chi^2$	p	$\chi^2$	p
Fétékro	7,74	0,36	5,98	0,54	18,96	$8,3 \cdot 10^{-3}$	7,39	0,39
M'Bahiakro	19,32	$7 \cdot 10^{-3}$	7,74	0,36	31,60	0,00	7,39	0,39
Bocanda	15,81	0,02	10,89	0,14	20,37	$4,8 \cdot 10^{-3}$	8,09	0,32
Dimbokro	13,00	0,07	8,79	0,27	15,46	0,03	8,44	0,30
N'Zianouan	11,25	0,13	10,54	0,16	23,18	$1,6 \cdot 10^{-3}$	2,12	0,95

Les résultats obtenus, après application des critères d'Information d'Akaike et Bayésien, ont été consignés dans le **Tableau 5**. Les différentes valeurs représentées dans ce tableau sont assez rapprochées pour les quatre (4) lois selon le critère donné dans chaque station. De plus, les deux critères convergent toujours vers le même modèle. Selon ces deux critères, la loi Log-normale représente la loi qui ajuste au mieux les débits moyens mensuels de basses eaux des différentes stations considérées. Elle est suivie par la loi Exponentielle, ensuite la loi Gamma et en dernière position la loi Weibull (1951).

**Tableau 5 : Critères AIC et BIC appliqués aux lois de probabilités utilisées**

station	Modèles statistiques	Critère	
		BIC	AIC
Fétékro	<b>Log-normale</b>	<b>16,21</b>	<b>12,12</b>
	Exponentielle	20,36	16,27
	Gamma	28,95	24,86
	Weibull	36,14	32,06
M'Bahiakro	<b>Log-normale</b>	<b>54,6</b>	<b>50,52</b>
	Exponentielle	63,75	59,66
	Gamma	76,25	72,16
	Weibull	84,24	80,15
Bocanda	<b>Log-normale</b>	<b>94,53</b>	<b>90,44</b>
	Exponentielle	105,22	101,137
	Gamma	109,11	105,02
	Weibull	115,77	111,6
Dimbokro	<b>Log-normale</b>	<b>130,37</b>	<b>126,28</b>
	Exponentielle	135,53	131,45
	Gamma	137,35	133,26
	Weibull	139,88	135,79
N'Zianouan	<b>Log-normale</b>	<b>167,52</b>	<b>163,43</b>
	Exponentielle	176,136	172,05
	Gamma	182,43	178,35
	Weibull	188,72	184,64

#### IV - DISCUSSION

Les résultats des tests préalables à l'analyse fréquentielle indiquent que sur l'ensemble des cinq stations, seule la station de Fétékro remplit toutes les conditions de l'analyse. Donc, les résultats obtenus sont plus cohérents avec les hypothèses en ce qui concerne la station de Fétékro que les autres stations hydrométriques. Cet état de chose pourrait s'expliquer par la qualité des données utilisées [14]. Aussi, la constance de la meilleure loi au niveau de toutes les stations pourrait-elle traduire la qualité des résultats malgré quelques cas de non satisfaction des hypothèses d'application de l'analyse fréquentielle. Ainsi, les débits moyens mensuels annuels inférieurs au débit de fréquence 0,2 suivent en toutes stations d'un même cours d'eau la même loi de distribution. En effet, les tests statistiques sont des indicateurs et non pas la vérité absolue. Ainsi, ils indiquent simplement que si les hypothèses de base de l'analyse ne sont pas respectées, alors les résultats numériques de l'analyse seront erronés. Cependant, les résultats obtenus traduisent une bonne adéquation des ajustements réalisés et par conséquent, ces résultats peuvent être utilisés pour la détermination des seuils caractéristiques des

débats d'étiages (seuils d'alerte, de tolérance et de crise) dans le bassin versant du N'zi-Bandama. Étant donné que la meilleure loi est celle qui présente les plus faibles valeurs des critères d'Akaike et bayésien, le meilleur modèle adapté à la série des débits utilisés avec une marge d'erreur de 1 à 5 %, est la loi log-normale. Cette loi s'ajuste au mieux aux données moyennes mensuelles annuelles inférieures au débit de fréquence 0,2 des stations du N'zi-Bandama de la chronique 1960-2016. Elle est suivie de près par la loi Exponentielle. Ensuite viennent la loi Gamma et la loi Weibull (1951). La loi Weibull (1951) est la loi la moins efficace. De nombreuses lois ont été appliquées aux débits d'étiage. Certains auteurs préconisent, pour l'ajustement des débits extrêmes, les lois de Galton, Pearson type 3 et Gumbel [1]. D'autres auteurs ont ajusté les séries des débits minima annuels de 34 cours d'eau aux États-Unis et a fait une comparaison des quatre distributions à trois paramètres utilisés : la loi Weibull (1951) (W3), la loi Pearson type 3 (P3), la loi Pearson type 5 (P5) et la loi log normale à trois paramètres (LN3), ayant une limite inférieure distincte de zéro [5]. Il a estimé les paramètres des lois par la méthode de moments. Il a conclu que les lois W3 et P3 s'appliquent mieux aux données de débits minima puis, grâce à l'analyse graphique, les performances des deux lois ont été comparables.

Il y a d'autres auteurs qui ont ajusté les lois de probabilité Log-normale à 2 et 3 paramètres (LN2 et LN3), des lois Weibull (1951) à 2 et 3 paramètres (W2 et W3), et la loi log-Pearson type 3 (LP3) aux séries de minima annuels pour 23 stations hydrométriques [5]. Ils ont conclu que la loi Log-normale (LN2) est celle qui s'applique le mieux aux minima de débits annuels. [13], dans son étude des Oueds d'Algérie septentrionale, a testé les lois Log-normale, Exponentielle et Weibull (1951) qui sont essentiellement des lois à 2 paramètres sur les données des débits d'étiages de 76 stations. Il s'est avéré que les lois Log-normale s'ajustent au mieux aux données empiriques (données des débits des étiages). Des auteurs ont proposé l'utilisation de lois de probabilité à deux paramètres pour l'étude de petites séries de débits minima [5]. Dans leur étude, ils utilisent le critère d'information d'Akaike (AIC) pour comparer l'adéquation de la loi Weibull (1951) à 3 paramètres (W3) avec trois autres distributions à deux paramètres : Weibull (1951) à deux paramètres (W2), Gumbel (GUM ou EVI) et Log-normale à deux paramètres (LN2). Ces lois ont été appliquées à des séries de débits minima pour 51 stations situées au Canada. Ils concluent que les lois à deux paramètres c'est-à-dire les lois Weibull (1951), Gumbel et Log-normale sont privilégiées par le critère d'AIC dans 75 % des cas. Pour les 25 % de stations restantes, la loi W3 est choisie. Cependant, ils observent graphiquement que la loi LN2 peut s'ajuster aussi bien pour ces 25 % des stations. [16] qui ont travaillé sur le Canada, ont testé 10 lois statistiques : Log-normale à 2 et 3

paramètres, Gamma, Weibull (1951) type 2 et 3, Logistique, GEV, Gamma Pearson, Pearson type 3 et Log-Pearson type 3. Ils en concluent que la loi Pearson 3 s'adapte le mieux aux débits d'étiage. Par contre, en France, la structure qui traite des données hydrométriques (la Banque Hydro) utilise la loi Lognormale à 2 paramètres pour ajuster les débits d'étiages (QMNA et VCN10). Les résultats obtenus au cours de cette étude corroborent les résultats de la plupart des travaux antérieurs sur la modélisation des étiages dans diverses régions du monde. Ainsi, la loi Log-normale ajuste en général au mieux les débits d'étiage et de basses eaux par rapport aux autres lois (loi exponentielle, loi Weibull (1951), Gamma, Logistique, etc.).

## **V - CONCLUSION**

Cet article avait pour objectif de trouver une loi théorique qui peut montrer une bonne représentation de la fonction de distribution des débits moyens mensuels des basses eaux (débits seuillés) pour la prévention des étiages dans le bassin versant du N'zi-Bandama (Côte d'Ivoire). Ainsi, des lois de distribution généralement utilisées dans la modélisation statistique des étiages ont été retenues dans cette étude : la loi log-normale, la loi exponentielle, la loi gamma et la loi de Weibull (1951). Elles ont été ajustées aux débits moyens mensuels des basses eaux de la période allant de janvier à mars. Les principaux résultats obtenus ont montré que la loi Log-normale représente la loi qui ajuste au mieux les débits moyens mensuels de basses eaux dans le bassin versant du N'zi-Bandama. Elle est suivie par la loi Exponentielle, ensuite la loi Gamma et en dernière position la loi Weibull (1951). Il est donc recommandé d'utiliser la loi log-normale dans la caractérisation de la sévérité des étiages dans le bassin versant du N'zi-Bandama à travers la détermination des seuils d'alerte, de tolérance et de crise.

## **REMERCIEMENTS**

*Les auteurs de cet article remercient les instructeurs dont les critiques et les suggestions ont permis d'améliorer le présent article. Ils remercient également la Direction Générale des Infrastructures de l'Hydraulique Humaine (DGIHH) pour leur avoir fourni les données hydrométriques utilisées dans cette étude.*

## RÉFÉRENCES

- [1] - C. LANG, « Etiages et tarissements : vers quelles modélisations ? L'approche conceptuelle et l'analyse statistique en réponse à la diversité spatiale des écoulements en étiage des cours d'eau de l'Est français ». Thèse d'hydrologie, Université de Metz France, (2007) 375 p.
- [2] - C. LANG, « Les étiages : Définitions hydrologique, statistique et seuils réglementaires ». *Cybergeo : European Journal of Geography, Environnement, Nature, Paysage*, mis en ligne le 30 Novembre 2011. URL : <http://journals.openedition.org/cybeo/24827>
- [3] - S. GAILLIEZ, « Estimation des débits d'étiage pour des sites non jaugés. Application en région wallonne ». Thèse de Doctorat, Communauté française de Belgique, Académie universitaire Wallonie-Europe, Université de Liège-Gembloux Agro-Bio Tech, (2013) 197 p.
- [4] - C. CATALOGNE, « Amélioration des méthodes de prédétermination des débits de référence d'étiage en sites peu ou pas jaugés ». Thèse de Doctorat de l'Université de Grenoble, (2012) 235 p.
- [5] - H. G. EDGAR, « Développement d'une méthodologie hydrologique/statistique pour estimer les débits d'étiages au Québec habité ». Thèse présentée pour l'obtention de grade de philosophae Doctor (Ph.D) en sciences de l'Eau, Université du Québec INRS-ETE, (2008) 296 p.
- [6] - F. COMMEAUX, G. DROGUE, D. FRANCOIS, « Analyse prospective des débits mensuels d'étiage de la Meuse française à l'aide d'un modèle hydrologique : sensibilité aux méthodes de descente d'échelle spatiale et aux scénarios d'émission ». *Bulletin de l'Association de géographes français*, 2 (2010) 178 - 193
- [7] - J. M. SOUBEYROUX, J. P. VIDAL, M. BAILLON, M. BLANCHARD, J. P. CERON, « Caractérisation et prévision des sécheresses et étiages en France à partir de la chaîne hydrométéorologique Safran-Isba-Modcou ». *La Houille Blanche - Revue internationale de l'eau, EDP Sciences*, 5 (2010) 30 - 39
- [8] - R. PUSHPALATHA, « Simulation et prévision des étiages sur des bassins versants français : approche fondée sur la modélisation hydrologique ». Thèse de Doctorat de l'Institut des Sciences et Industries du Vivant et de l'Environnement (AgroParisTech), (2013) 172 p.
- [9] - D. JOSHI, « Évaluation de diverses techniques de mise à l'échelle statistique des indices qui caractérisent le débit d'étiage de trois rivières de l'est du Canada ». Thèse de Doctorat, Université du Québec, institut national de la recherche scientifique, Centre eau terre environnement, (2014) 223 p.
- [10] - L. SAUNIER-BATTÉ, « Prévisions d'ensemble à l'échelle saisonnière : Mise en place d'une dynamique stochastique ». *Sciences de la Terre. Université Paris-Est*, (2013) 223 p.
- [11] - F. GARCIA, « Amélioration d'une modélisation hydrologique régionalisée pour estimer les statistiques d'étiages ». Thèse de Doctorat en Hydrologie à l'université Pierre Marie Curie, Paris VI, (2016) 272 p.
- [12] - A. M. KOUASSI, K. F. KOUAME, B. T. A. GOULA, T. LASM, J. E. PATUREL, J. BIEMI, « Influence de la variabilité climatique et de la

- modification de l'occupation du sol sur la relation pluie-débit à partir d'une modélisation globale du bassin versant du N'zi (Bandama) en Côte d'Ivoire ». *Revue Ivoirienne des Sciences et Technologie*, 11 (2008) 207 - 229
- [13] - N. MEKHLOUFI, « Prédétermination et Prévision des étiages Des Oueds de l'Algérie Septentrionale ». Mémoire en vue de l'obtention du Diplôme de magistère spécialité : Hydraulique option : aménagement hydraulique en zones arides. Université de Kasdi Merbah Ouargla, Algérie, (2014) 117 p.
- [14] - D. KOUMASSI, A. E. TCHIBOZO, E. VISSIN, E. HOUSSOU, « Analyse fréquentielle des évènements hydro-pluviométriques extrêmes dans le bassin de la Sota au Bénin ». *Afrique Science*, 10, 2 (2014) 137 - 148
- [15] - J. BELIVEAU, « Analyse fréquentielle multivariée de la pointe, du volume et de la durée de la crue ». Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval dans le cadre du programme de maîtrise en statistique pour l'obtention du grade de Maître ès sciences (M.Sc.), (2006) 60 p.
- [16] - S. YUE et P. PILON, « A comparison of the power of the t-test, Mann-Kendall and bootstrap tests for trend-detection ». *Hydrological Sciences Journal*, 49, 1 (2004) 21 - 37
- [17] - A. BENKHALED, « Distributions statistiques des pluies maximales annuelles dans la région du Cheliff comparaison des techniques et des résultats ». *Courrier du Savoir*, 08 (2007) 83 - 91
- [18] - B. T. A. GOULA, G. E. SORO, A. DAO, F. W. KOUASSI, B. SROHOUROU, « Frequency analysis and new cartography of extremes daily rainfall events in Côte d'Ivoire ». *Journal of Applied Sciences*, 10 (2010) 1684 - 1694
- [19] - G. SORO, « Modélisation statistique des pluies extrêmes en Côte d'Ivoire ». Thèse de Doctorat, Université Nangui-Abrogoua, Côte d'Ivoire, (2011) 172 p.
- [20] - A. I. AGUE, A. AFOUDA, « Analyse fréquentielle et nouvelle cartographie des maxima annuels de pluies journalières au Bénin ». *International Journal of Biological and Chemical Sciences*, 9, 1 (2015) 121 - 133
- [21] - B. HABIBI, M. MEDDIA, A. BOUCEFIANEB, « Analyse fréquentielle des pluies journalières maximales : Cas du Bassin-Chergui ». *Revue Nature & Technologie*, 08 (2013) 41 - 48