

**LONGUEUR DE TRANSMISSION ET DISTRIBUTION DE LA
CONTRAINTÉ AXIALE DU TORON DES ÉLÉMENTS
PRÉFABRIQUÉS PRÉCONTRAINS PAR ADHÉRENCE EN
TENANT COMPTE DE LA FISSURATION RADIALE
DU BÉTON AUTOUR DU TORON**

Herbert TIGRI^{1*} et Fekri MEFTAH²

*¹École des Sciences et Techniques du Bâtiment et de la Route (ESTBR),
Abomey Université Nationale des Sciences, Technologies, Ingénierie et
Mathématiques (UNSTIM) d'Abomey, BP 2282 Goho Abomey, Bénin*

*²Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Rennes,
Laboratoire de Génie Civil et Génie Mécanique (LGCGM-INSA). 20, avenue
des Buttes de Coësmes CS 70839 - 35708 Rennes Cedex 7, France*

* Correspondance, e-mail : hn.tigri@gmail.com

RÉSUMÉ

Cet article traite des éléments précontraints préfabriqués tels que les prédalles, les dalles alvéolées et les poutres. Ces éléments sont précontraints par adhérence et nécessitent pour leur dimensionnement en flexion et en cisaillement, une bonne estimation dans la zone de transmission, de la répartition des contraintes dans le béton et le toron. Nous présentons un modèle frottant (élastoplastique), développé en utilisant une approche semi-analytique, pour prédire la longueur de transmission et dans la zone de transmission, la répartition des contraintes dans le béton et le toron. Le modèle est simple, robuste, avec peu de paramètres utilisant le comportement du composite béton-toron dans l'analyse de la section transversale. Le composite est un cylindre biphasique en béton et toron dont le rayon du béton dépend de l'enrobage et de l'espacement des torons. L'étendue de la fissuration du composite dans les directions radiale et orthoradiale, due à la pression expansive du toron juste après la transmission de la précontrainte, est inconnue. Les déformations plastiques de fissuration et de microfissuration ont été prises en compte dans la modélisation en introduisant une relation adéquate traction-ouverture de fissure et traction-déformation. Les équations d'équilibre donnent une équation différentielle linéaire non homogène résolue avec la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Les valeurs initiales pour l'application de la méthode sont obtenues en résolvant le problème élastique linéaire. La profondeur, la largeur et la

position des fissures sont connues. Nous obtenons une bonne estimation de la longueur de transmission et dans la zone de transmission, la répartition des contraintes du béton et du toron. Une étude des paramètres a été réalisée et les résultats sont comparés aux tests.

Mots-clés : *préfabrication, précontrainte, longueur de transmission, toron, enrobage, fissures, microfissures.*

ABSTRACT

Transfer length and distribution of strand axial stress in precast prestressed members by taking account the cracking of concrete around the strand

This article is about the sizing of prestressed sub-assemblies such as semi-precast slab elements, hollow slabs and beams. These elements are prestressed adhesive ones and their flexural and shearing design requires a good estimate in the transmission zone, in the distribution of stresses in the concrete and the strand. We are presenting a rubbing model (elastoplastic), designed through the use of a semi-analytical approach with a view to predicting the transfer length in the transmission zone, the distribution of stresses in the concrete and strand as well. The model is simple, robust, with a few parameters, using the behavior of the concrete-strand composite in analyzing the cross section. The composite is a bi-phasic cylinder in concrete and strand, the radius of which depends on the cover thickness and spacing of strands. The scope of the cracking of the composite in the orthoradial and radial directions, due to the expansive pressure of the strand just after the transfer of the prestressing, is unknown. The plastic strains of cracking and micro-cracking have been taken into account in the analysis by introducing an adequate traction-crack width and traction-strain relation. The equilibrium equations lead to an inhomogeneous linear differential equation resolved via the Runge-kutta fourth order method. The initial values for the application of the method are gotten by solving the linear elastic problem. The depth, width and position of the cracking are known. We now have a good estimate of the transfer length in the transmission zone, the distribution of stresses in the concrete and strand as well. A study of parameters has been carried out and the results thereof have been compared to the tests.

Keywords : *precasting, pre-stressed, transfer length, strand, concrete cover, cracking, micro-cracking.*

I - INTRODUCTION

Les éléments précontraints préfabriqués sont largement utilisés dans la construction. Leur conception en flexion et en cisaillement nécessite la détermination de la contrainte axiale du toron. Selon la norme NF EN 1992-1-1 [1], cette distribution est linéaire le long de la longueur de transmission. Conventionnellement, la longueur de transmission est définie comme la distance correspondant à 95 % de la déformation axiale du béton en suivant la ligne du toron [2]. Elle dépend du diamètre du toron, de la résistance à la traction (ou résistance à la compression) du béton [3], de l'effort de précontrainte relâché, de l'enrobage et de l'espacement des torons (effet de confinement) [4]. Les normes ne tiennent pas compte de l'effet de l'enrobage, de l'espacement des torons et de la fissuration orthoradiale du béton, sur la longueur de transmission et la répartition axiale des contraintes du toron. Den Ujil [5] a étudié l'effet de l'enrobage et de la résistance à la traction du béton sur la fissuration du béton autour du toron. Ce travail n'est pas utilisé pour déterminer la répartition de la contrainte axiale du toron.

Fellinger [6] utilisant ce modèle offre un modèle éléments finis élastoplastique 3D dépendant de 14 paramètres calibrés, y compris la résistance à la traction du béton. Fellinger [6] obtient une distribution de la déformation axiale du béton. Cependant, la longueur de transmission calculée est supérieure aux valeurs expérimentales de 28 % [6]. Kim [7] propose une modélisation à l'échelle du tirant toron-béton. Les zones de fissuration sont données par une analyse élastique linéaire mais les conditions aux limites de traction sur le rayon extérieur du tirant sont floues. La longueur de transmission calculée est en bon accord avec les essais. Cependant la répartition de la déformation axiale du béton le long de la longueur de transmission présente un écart significatif avec celui des essais [7]. Le **Tableau 1** présente le calcul de la longueur de transmission pour les différents modèles pré-mentionnés et les normes américaines [8, 9]. La dispersion de la valeur de longueur de transmission calculée et l'absence d'une distribution de modèle de la déformation axiale du béton valable expérimentalement nécessitent le développement d'un nouveau modèle. Le modèle présenté dans cet article est réalisé à deux échelles compatibles, robuste et dépend d'un nombre limité et contrôlé de paramètres. Il définit des conditions aux limites claires et permet d'obtenir l'état de la fissuration du béton (fissure radiale) sur la longueur de la poutre. Il permet également d'obtenir une répartition de la déformation axiale du béton validée expérimentalement. Une étude des paramètres permet d'évaluer l'influence et la signification physique des différents paramètres.

Tableau 1 : longueur de transmission calculée suivant différentes méthodes

$\Phi_s = 12.7 \text{ mm} ; f_{c_j} = 35 \text{ MPa} ; C_0 = 40 \text{ mm} ; \sigma_{pi} = 1392 \text{ MPa}$							
Test [2]	DEN UJIL [5]	FELLINGER [6]	KIM [7]	EUROCODE 2 [1]	ACI [8]	AASHTO [9]	
l_{pt} (mm)	669	706	900	596	840	700	762
$\Phi_s = 12.7 \text{ mm} ; f_{c_j} = 34 \text{ MPa} ; C_0 = 50 \text{ mm} ; \sigma_{pi} = 1398 \text{ MPa}$							
l_{pt} (mm)	808	848	1034	675	852	703	762

Φ_s , f_{c_j} , C_0 , et σ_{pi} désignent respectivement le diamètre du toron, la résistance à la compression du béton au relâchement des armatures de précontrainte, l'enrobage et l'effort de précontrainte relâchée.

II - MATÉRIEL ET MÉTHODES

II-1. Aspects théoriques

II-1-1. Mécanisme d'adhérence

La précontrainte par adhérence consiste à appliquer à un élément en béton durci, un effort par le relâchement des armatures initialement tendues qui le traversent. Un collage chimique est réalisé autour du toron lors du durcissement du béton. L'adhérence en réalité n'est pas parfaite sur la longueur et est attribuée au collage chimique, puis à un ensemble de mécanismes ramenés par simplification au frottement toron-béton [10]. A l'interface toron-béton, il y a un frottement dû à la rugosité du béton et du toron (irrégularité de la forme du toron) qui limite le glissement du toron dans sa gaine de béton. Le collage chimique disparaît lorsque le glissement à l'about atteint une certaine valeur. Une fois le toron coupé, le béton l'empêche de revenir à l'état non tendu. Un raccourcissement du toron et du béton s'effectue. Le glissement et le raccourcissement entraîne un gonflement du toron par effet Poisson. Ce gonflement est limité par le béton environnant ce qui entraîne une pression radiale à l'interface. La pression radiale à l'interface béton-toron crée dans le béton des contraintes de compressions radiales et des contraintes circonférentielles de traction qui peuvent fissurer le béton. La fissuration du béton provoque un relâchement de la pression radiale et un glissement du toron. Le glissement induit une pression radiale, une fissuration du béton et un abaissement de la pression, ce qui permet un nouveau glissement. Les mécanismes à l'interface sont imbriqués les uns dans les autres. Le glissement

s'accompagne également d'une variation de la contrainte axiale du toron. Le glissement induit une usure de l'interface toron-béton. Le coefficient de frottement devrait varier avec le glissement mais par simplification, l'interface est caractérisée par un coefficient de frottement constant. Le cisaillement à l'interface toron-béton en coordonnées cylindriques s'écrit:

$$\tau_{zr}^c(R_s, z) = C + \mu \sigma_{rr}^c(R_s, z) = C + \mu P(z) \quad (1)$$

Où C est la cohésion du modèle (pseudo-cohésion).

Il représente une partie du collage chimique et une contribution supplémentaire telle que le glissement est nulle à partir de la longueur de transmission élastique. En fait, nous prouverons plus tard qu'il est impossible d'obtenir un glissement nul à partir d'une certaine longueur de la poutre, lorsque C est nul dans **l'Equation (1)**. Mais, nous savons physiquement, qu'à partir d'une certaine longueur de la poutre, l'adhérence béton-toron est parfaite [11]. $P(z) = \sigma_{rr}^c(R_s, z)$ et μ sont respectivement la pression radiale et le coefficient de frottement à l'interface toron-béton.

II-1-2. Une modélisation à une échelle double

La pression radiale à l'interface crée des contraintes de compression radiales et des contraintes circonférentielles de traction, du béton. Les contraintes de traction circonférentielles peuvent créer une zone de fissuration du béton autour du toron. De plus, les contraintes de compression radiales du béton s'annulent à un certain rayon. La fissuration est donc localisée et son étude peut être réalisée à un niveau inférieur à celui de la poutre (voir **Figure 1**). L'étude de la fissuration permet de préciser la répartition des contraintes sur la longueur de transmission. Il faut considérer ce qui se passe à l'échelle du tirant tout en restant compatible avec la cinématique de la poutre.

Pour un mono toron, $R_c = \min(C_b, C_h) + R_s$ avec

$$R_s = \left(1 - \nu_s \frac{F_s}{E_s}\right) R_0 \quad (2)$$

Pour un poly toron $R_c = 0,87 \times \min(C_b, C_h, a) + R_s$ avec

$$R_s = \left(1 - \nu_s \frac{F_s}{E_s}\right) R_0 \quad (3)$$

Les indices c et s désignent respectivement le béton et l'acier.

R_0 , a , ν_s et F_s sont respectivement le rayon et l'espacement des torons, le coefficient de Poisson et l'effort précontraint relâché. R_s , E_s , C_b , C_h et R_c sont respectivement le rayon tendu, le module de Young du toron, les enrobages sur la largeur et la hauteur de la poutre, et le rayon extérieur du tirant où les contraintes de compression radiales sont nulles (voir la **Figure 1**).

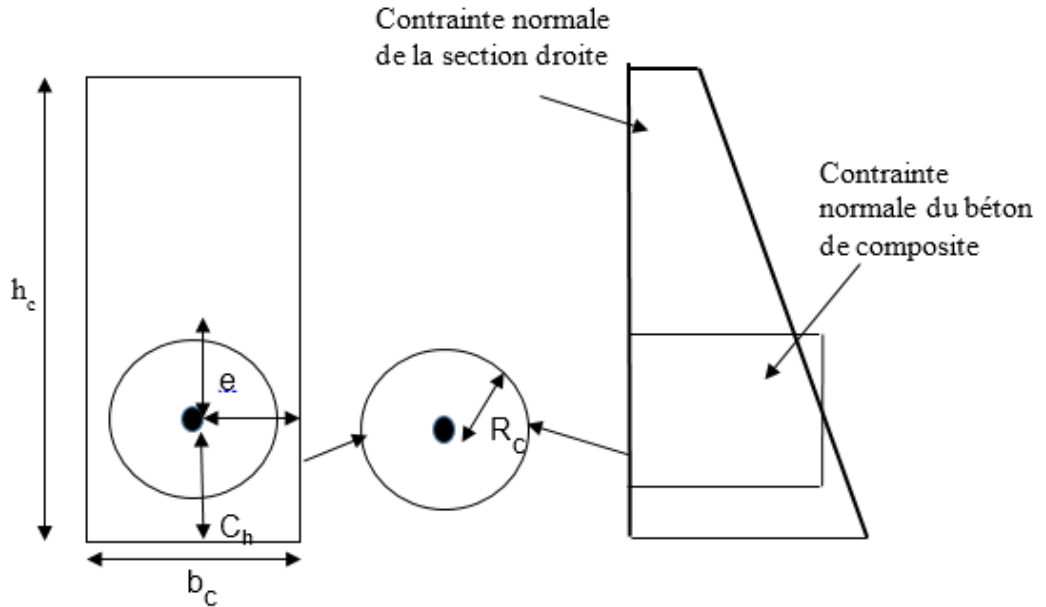


Figure 1 : Principe de calcul de la contrainte axiale du béton du composite béton-toron

h_c , b_c et e sont respectivement la hauteur, la largeur de la poutre et l'excentricité du toron par rapport à la fibre moyenne. Nous considérons que la contrainte de béton est constante sur R_c (voir **Figure 1**). Il correspond à la moyenne de la contrainte normale de la section de la poutre, sur R_c .

$$\sigma_{zz}^c(r,z) = \sigma_{zz}^c(z) \quad \forall z \quad \text{et} \quad \sigma_{zz}^c(z) = \alpha \left(\sigma_{zz}^s(z) - \sigma_{zz}^s(0) \right) \quad \forall z$$

avec $\alpha = - \left(\frac{A_s}{A_c} + \frac{A_s e^2}{I} \right)$ et $A_s = \frac{7}{36} \pi \Phi_s^2$ (4)

Où, A_s , A_c et I sont respectivement l'aire de la section du toron, l'aire de la section du béton et l'inertie de la poutre.

Ainsi, l'étendue de la fissuration, la répartition de la contrainte axiale du toron peuvent être connues en résolvant le problème mécanique sur le tirant tout en étant relié à la cinématique de la poutre. L'étude de la fissuration consiste à résoudre à l'échelle du tirant, le problème mécanique suivant (voir **Figures 2 et 3**).

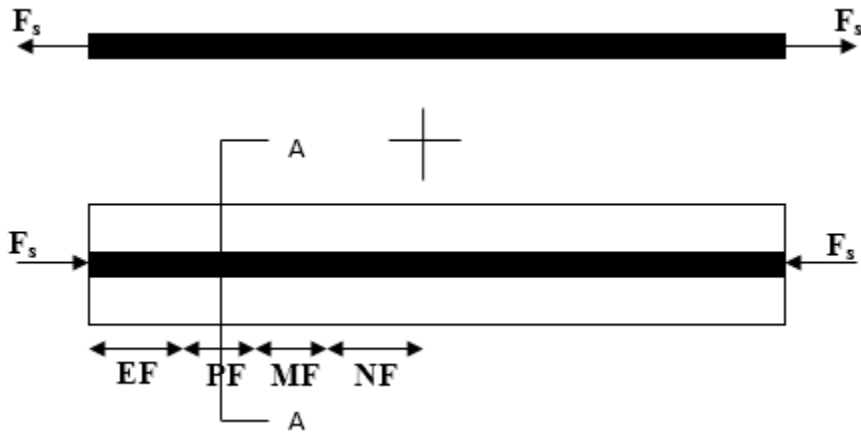


Figure 2 : *Problème mécanique posé sur le tirant*

Coupe A-A

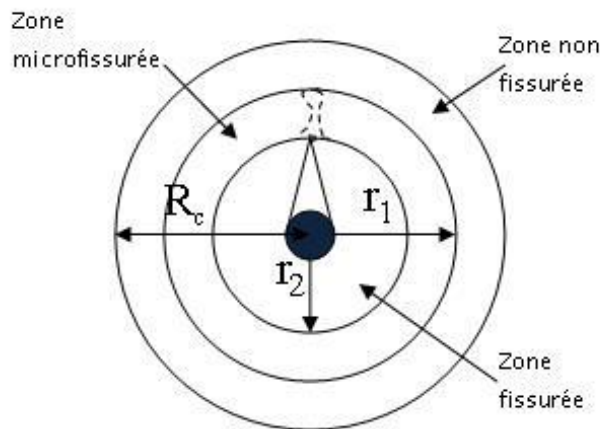


Figure 3 : *section du tirant partiellement fissurée*

Le long du tirant, on distingue les zones entièrement fissurées (EF), les zones partiellement fissurées (PF), les zones microfissurées (MF) et les zones non fissurées (NF) (voir **Figures 2 et 3**). r_2 et r_1 désignent respectivement la

distance du centre du toron à l'extrémité de la fissure et à l'extrémité de la microfissure (voir **Figure 3**). Puis nous avons :

$$r_2 \leq r_1 \leq R_c \quad (5)$$

Le tirant est un cylindre biphasique. Il est naturel de résoudre le problème mécanique en coordonnées cylindriques. Nous avons les conditions aux limites suivantes sur le toron et le béton:

$$\sigma_{rr}^c(R_c, z) = 0 \quad \forall z \text{ and } \sigma_{rr}^c(R_s, z) = \sigma_{rr}^s(R_s, z) = P(z) \quad (6)$$

Nous avons également la continuité du déplacement radial à l'interface toron-béton.

$$u_r^c(R_s, z) = u_r^s(R_s, z) \quad \forall z \quad (7)$$

L'écriture de l'équilibre entre la contrainte axiale du toron et le cisaillement du béton à l'interface sur un élément fini dz , donne la **Relation** suivante :

$$\frac{d\sigma_{zz}^s(z)}{dz} = -\frac{2\tau_{zr}^c(R_s, z)}{R_s} = -\frac{2(C + \mu P(z))}{R_s} \quad (8)$$

II-1-3. Lois de comportement

On considère que le béton en compression est élastique linéaire avec le module de Young sécant $E_{cm}(t)$ à l'instant t . Le toron a un comportement élastique linéaire. Généralement, les lois de comportement en traction du béton sont linéaires et ne prennent pas en compte la phase de microfissuration entre $0,9f_{ctm}$ et f_{ctm} . **L'Equation (9)** [12] montre la prise en compte de la microfissuration et est représentée à la **Figure 4**.

Pour $\sigma_{ct} \leq 0,9f_{ctm}$ $\sigma_{ct} = E_{cm}\varepsilon_{ct}$; Pour $0,9f_{ctm} \leq \sigma_{ct} \leq f_{ctm}$

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \left(1 - 0,1 \frac{0,15 \times 10^{-3} - \varepsilon_{ct}}{0,15 \times 10^{-3} - 0,9 \frac{f_{ctm}}{E_{cm}}} \right) \quad (9)$$

f_{ctm} est la résistance à la traction du béton.

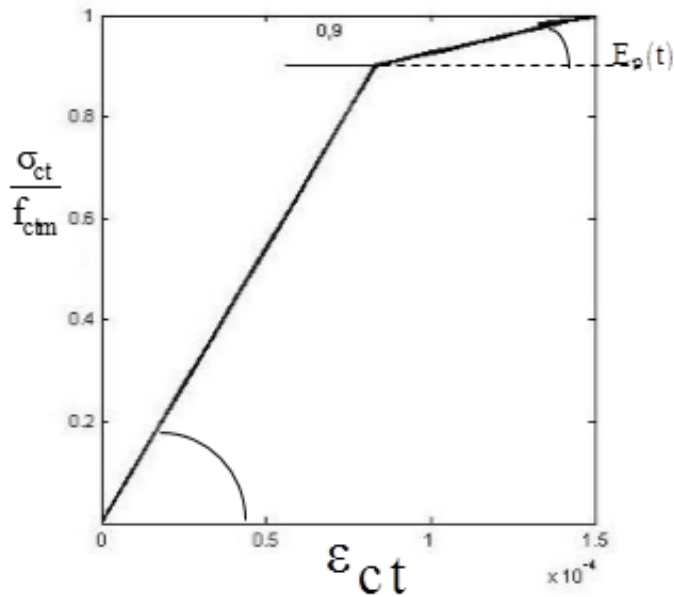


Figure 4 : Loi de comportement traction-déformation du béton

Lorsque les contraintes de traction circonférentielles dépassent f_{ctm} , le béton se fissure. La relation traction-ouverture de fissure est donnée à l'Equation (10) [12] et est représentée à la Figure 5.

$$\text{Pour } w \leq w_1 \quad \sigma_{ct} = f_{ctm} \left(1 - 0,8 \frac{w}{w_1} \right)$$

$$\text{Pour } w_1 \leq w \leq w_c \quad \sigma_{ct} = f_{ctm} \left(0,25 - 0,05 \frac{w}{w_1} \right) \text{ avec}$$

$$w_1 = \frac{w_c}{5} = \frac{G_F}{f_{ctm}} \text{ et } G_F = 73f_{cm}^{0,18} \tag{10}$$

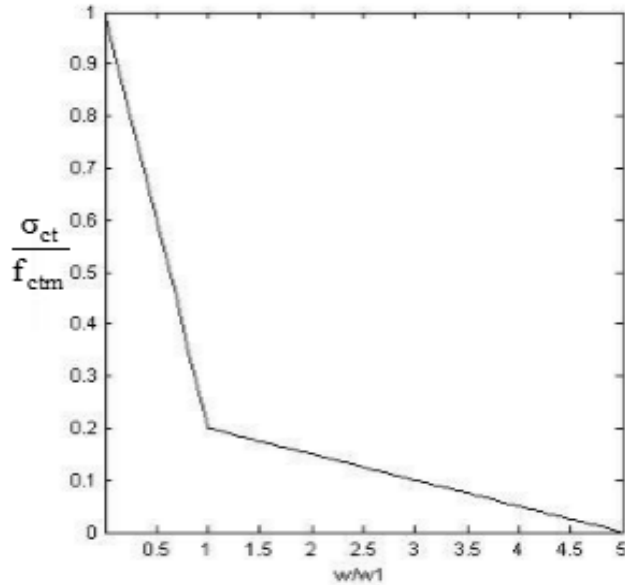


Figure 5 : Loi de comportement traction-ouverture de fissure du béton

II-1-4. Equations différentielles des zones microfissurées

Après le relâchement de l'effort de précontrainte, nous avons une compression dans la direction rr et zz et une traction dans la direction $\theta\theta$. Lorsque les contraintes de traction circonférentielles varient entre $0,9f_{ctm}(t)$ et $f_{ctm}(t)$ des contraintes plastiques apparaissent. La partie réversible $\varepsilon_{\theta\theta}^{ce}$ de la déformation totale $\varepsilon_{\theta\theta}^c$ sur le chemin de décharge de pente E_{cm} est donnée par l'expression ci-dessous:

$$\varepsilon_{\theta\theta}^{ce} = \varepsilon_{\theta\theta}^c - \varepsilon_p \quad (11)$$

ε_p est la partie irréversible de la déformation plastique totale.

Elle est donnée par la **Relation** suivante [12]:

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_{\theta\theta}^c - 0,9f_{ctm}}{h} \text{ avec } h = \frac{E_{cm}E_p}{E_{cm} - E_p} \text{ et} \quad (12)$$

$$E_p = \frac{0,1f_{ctm}}{1,5 \times 10^{-4} - \frac{0,9f_{ctm}}{E_{cm}}}$$

La loi de comportement 3D s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{rr}^c \\ \varepsilon_{\theta\theta}^c \\ \varepsilon_{zz}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{cm}} & -\frac{\nu_c}{E_{cm}} & -\frac{\nu_c}{E_{cm}} \\ -\frac{\nu_c}{E_{cm}} & \frac{1}{E_{cm}} & -\frac{\nu_c}{E_{cm}} \\ -\frac{\nu_c}{E_{cm}} & -\frac{\nu_c}{E_{cm}} & \frac{1}{E_{cm}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{rr}^c \\ \sigma_{\theta\theta}^c \\ \sigma_{zz}^c \end{bmatrix} \quad (13)$$

La déformation réversible est remplacée par son expression en fonction de la contrainte orthoradiale (voir *Equations (11) et (12)*) et de la déformation totale. Ainsi, nous obtenons l'expression de la déformation totale en fonction des contraintes radiale, orthoradiale et axiale du béton. L'inversion de *l'Equation (13)* permet d'avoir les contraintes, radiale et orthoradiale en fonction des déformations (voir *Equation (14)*).

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^c &= \frac{1 + \frac{E_{cm}}{h}}{\frac{1 - \nu_c^2}{E_{cm}} + \frac{1}{h}} \varepsilon_{rr}^c + \frac{\nu_c}{\frac{1 - \nu_c^2}{E_{cm}} + \frac{1}{h}} \varepsilon_{\theta\theta}^c + \\ &+ \frac{\nu_c \left(1 + \nu_c + \frac{E_{cm}}{h} \right)}{E_{cm} \left(\frac{1 - \nu_c^2}{E_{cm}} + \frac{1}{h} \right)} \sigma_{zz}^c + \frac{0,9\nu_c f_{ctm}}{h \left(\frac{1 - \nu_c^2}{E_{cm}} + \frac{1}{h} \right)} \\ \sigma_{\theta\theta}^c &= \frac{\varepsilon_{\theta\theta}^c + \nu_c \varepsilon_{rr}^c}{\frac{1 - \nu_c^2}{E_{cm}} + \frac{1}{h}} + \frac{\nu_c (1 + \nu_c)}{E_{cm} \left(\frac{1 - \nu_c^2}{E_{cm}} + \frac{1}{h} \right)} \sigma_{zz}^c + \frac{0,9 f_{ctm}}{h \left(\frac{1 - \nu_c^2}{E_{cm}} + \frac{1}{h} \right)} \end{aligned} \quad (14)$$

L'équilibre des contraintes en coordonnées cylindriques s'écrit :

$$\sigma_{rr,r}^c + \frac{\sigma_{rr}^c - \sigma_{\theta\theta}^c}{r} + \tau_{zr,z}^c = 0 \quad (15)$$

Nous remplaçons les contraintes (voir *Equation (14)*) dans *l'Equation (15)* par leurs expressions en fonction du déplacement. Cela donne pour la zone microfissurée l'équation différentielle ci-après:

$$\begin{aligned}
& u_{r,rr}^c + \frac{u_{r,r}^c}{r} - \frac{u_r^c}{\left(1 + \frac{E_{cm}}{h}\right)r^2} + \frac{v_c \sigma_{zz}^c}{h \left(1 + \frac{E_{cm}}{h}\right)r} + \\
& + \frac{0,9(v_c - 1)f_{ctm}}{h \left(1 + \frac{E_{cm}}{h}\right)r} + \frac{1 - v_c^2}{E_{cm}} + \frac{1}{h} \tau_{zr,z}^c = 0
\end{aligned} \tag{16}$$

Quand nous sommes dans une zone non fissurée, nous avons $E_P = E_{cm}$ et $h = \infty$. En les remplaçant dans *l'Equation 16*, nous obtenons l'équation différentielle pour la zone non fissurée.

II-1-5. Equations différentielles des zones fissurées

Lorsque les contraintes de traction circonférentielles dépassent $f_{ctm}(t)$, le béton se fissure. Les contraintes de traction circonférentielle suivent la loi donnée par *l'Equation (10)*. La déformation plastique s'écrit [9]:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{pmax} + \frac{wN_{Cr}}{2\pi r} \text{ avec } \varepsilon_{pmax} = \frac{0,1f_{ctm}}{h} \text{ et } w = a\sigma_{\theta\theta}^c + b \tag{17}$$

Où N_{Cr} est le nombre de fissures.

En suivant la même démarche que précédemment, on obtient les expressions ci-dessous des contraintes circonférentielles et radiales:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr}^c &= \frac{1 + \frac{aN_{Cr}E_{cm}}{2\pi r}}{\frac{1 - v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{Cr}}{2\pi r}} \varepsilon_{rr}^c + \frac{v_c}{\frac{1 - v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{Cr}}{2\pi r}} \varepsilon_{\theta\theta}^c - \frac{v_c \varepsilon_{pmax}}{\frac{1 - v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{Cr}}{2\pi r}} + \\
& + \frac{v_c \left(1 + v_c + \frac{aN_{Cr}E_{cm}}{2\pi r}\right)}{E_{cm} \left(\frac{1 - v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{Cr}}{2\pi r}\right)} \sigma_{zz}^c - \frac{v_c N_{Cr} b}{2\pi r \left(\frac{1 - v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{Cr}}{2\pi r}\right)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}^c = & \frac{v_c \varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^c}{\frac{1-v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{cr}}{2\pi r}} - \frac{\varepsilon_{pmax}}{\frac{1-v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{cr}}{2\pi r}} + \\ & + \frac{v_c(1+v_c)}{E_{cm} \left(\frac{1-v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{cr}}{2\pi r} \right)} \sigma_{zz}^c - \frac{N_{cr}b}{2\pi r \left(\frac{1-v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{cr}}{2\pi r} \right)} \end{aligned} \quad (18)$$

En faisant la démarche pour obtenir *l'Equation (16)*, on obtient l'équation différentielle régissant les zones entièrement fissurées.

$$\begin{aligned} u_{r,rr} + & \left(1 + \frac{aN_{cr}}{2\pi r} \left(E_{cm} + \frac{v_c^2}{\left(\frac{1-v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{cr}}{2\pi r} \right)} \right) \right) \frac{u_{r,r}}{r \left(1 + \frac{E_{cm}aN_{cr}}{2\pi r} \right)} - \\ & - \left(1 - \frac{v_c aN_{cr}}{2\pi r \left(\frac{1-v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{cr}}{2\pi r} \right)} \right) \frac{u_r}{r^2 \left(1 + \frac{E_{cm}aN_{cr}}{2\pi r} \right)} + \\ & + \left(1 + \frac{v_c(1+v_c)}{E_{cm} \left(\frac{1-v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{cr}}{2\pi r} \right)} \right) \frac{v_c aN_{cr} \sigma_{zz}^c}{2\pi r^2 \left(1 + \frac{E_{cm}aN_{cr}}{2\pi r} \right)} - \\ & - \left(1 + \frac{v_c(1+v_c)}{E_{cm} \left(\frac{1-v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{cr}}{2\pi r} \right)} \right) \frac{(v_c - 1)bN_{cr}}{2\pi r^2 \left(1 + \frac{E_{cm}aN_{cr}}{2\pi r} \right)} - \\ & - \left(\frac{v_c aN_{cr}}{2\pi r \left(\frac{1-v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{cr}}{2\pi r} \right)} + v_c - 1 \right) \frac{\varepsilon_{pmax}}{r \left(1 + \frac{E_{cm}aN_{cr}}{2\pi r} \right)} + \frac{1-v_c^2}{E_{cm}} + \frac{aN_{cr}}{2\pi r} \tau_{zr,z}^c = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Quand nous sommes dans une zone non fissurée, nous avons $E_P = E_{cm}$ et $h = \infty$. En les remplaçant dans *l'Equation (19)*, on obtient l'équation différentielle pour les zones non fissurées.

II-2. Applications Numériques

II-2-1. Prédicteurs élastiques

Les prédicteurs élastiques sont des données d'entrée nécessaires pour la résolution numérique des *Equations (16) et (19)*. Ils sont $\Delta P(z)$, $\tau_{Zr,Z}^c$ et C . L'équilibre du cisaillement en coordonnées cylindriques s'écrit:

$$\frac{\partial \tau_{Zr}^{(x)}}{\partial r} + \frac{\tau_{Zr}^{(x)}}{r} + \frac{d\sigma_{ZZ}^{(x)}}{dz} = 0 \text{ avec } x = s \text{ ou } x = c \quad (20)$$

En dérivant les deux membres de *l'Equation (4)* par rapport à Z et en utilisant *l'Equation (8)* du côté droit de l'égalité, on obtient l'expression de $\frac{d\sigma_{ZZ}^{(c)}}{dz}$, en fonction de la cohésion et de la pression radiale à l'interface. La résolution de l'équation différentielle donnée par *l'Equation (20)* en tenant compte de la continuité du cisaillement radial à l'interface permet d'écrire:

$$\begin{aligned} \tau_{Zr}^c(r,z) &= \left(\frac{(1-\alpha)R_s}{r} + \frac{\alpha r}{R_s} \right) (C + \mu P(z)) \\ \tau_{Zr}^s(r,z) &= \frac{r}{R_s} (C + \mu P(z)) \end{aligned} \quad (21)$$

L'équation différentielle dans la zone non fissurée est également valable pour le toron et est donnée par *l'Expression* suivante :

$$u_{r,rr}^{(x)} + \frac{u_{r,r}^{(x)}}{r} - \frac{u_r^{(x)}}{r^2} + \frac{1-\nu_x^2}{E_x} \tau_{Zr,Z}^{(x)} = 0 \text{ avec } x = s \text{ ou } x = c \quad (22)$$

La résolution de *l'Equation (22)* donne les expressions des déplacements du béton et du toron. L'écriture de la continuité du déplacement radial à R_s (voir *Equation (7)*), nous donne une équation différentielle en σ_{ZZ}^S dont la solution est :

$$\sigma_{ZZ}^S(z) = \left(\sigma_{ZZ}^S(z_1) + \frac{A_0}{A_1} \right) e^{\beta(z-z_1)} - \frac{A_0}{A_1} \quad \forall z \geq z_1 \quad A_0 = -\frac{C\lambda}{\mu} + v_c n \alpha \sigma_{ZZ}^S(0) \quad ;$$

$$A_1 = v_s - n v_c \alpha \quad ; \quad n = \frac{E_s}{E_C}$$

$$\lambda = -\frac{(1-v_s + n v_c)(\omega^2 - 1) + n(1 + \omega^2)}{\omega^2 - 1} \quad ; \quad \omega = \frac{R_C}{R_S} \quad (23)$$

L'abscisse z_1 définit la limite entre les zones micro fissurées et non fissurées: **L'Equation (8)** permet de déduire de **L'Equation (23)**, la pression radiale à l'interface, son incrément et sa dérivée.

$$P(z) = -\frac{R_s \beta}{2\mu} \left(\sigma_{ZZ}^S(z_1) + \frac{A_0}{A_1} \right) e^{\beta(z-z_1)} - \frac{C}{\mu}$$

$$\Delta P(z) = -\frac{R_s \beta}{2\mu} \left(\frac{A_1 + v_c n \alpha}{A_1} \right) \Delta \sigma_{ZZ}^S(0) e^{\beta z} \quad (24)$$

$$\frac{dP(z)}{dz} = -\frac{R_s \beta^2}{2\mu} \left(\sigma_{ZZ}^S(z_1) + \frac{A_0}{A_1} \right) e^{\beta(z-z_1)}$$

L'évolution de σ_{ZZ}^S , P et P' avec z dépend du coefficient β . Nous considérons qu'à partir de la longueur de transmission élastique $z - z_1 = -\frac{5}{\beta}$ appelée l_{pte} ,

σ_{ZZ}^S , P et P' tendent vers leurs valeurs asymptotiques. Le coefficient β dépend du coefficient d'équivalence, des coefficients de Poisson v_s et v_c , du coefficient d'équilibre global α (voir **Equation (4)**), du rapport ω (rayon R_c à R_s) et du rayon du toron tendu R_s . La cohésion ou la pseudo-cohésion de modèle C est déterminée de sorte qu'à partir de la longueur de transmission élastique l_{pte} , le glissement différentiel et la déformation différentielle du béton et du toron sont nuls. En d'autres termes, à partir de la longueur de transmission élastique l_{pte} , l'adhérence entre le toron et le béton devient parfaite. En admettant que $e^{\beta z} = 0 \quad \forall z \geq l_{pte}$, on obtient :

$$C = \frac{\alpha n (v_c - v_s) \mu \sigma_{ZZ}^S(0)}{(1 - \alpha n) \lambda - \frac{2v_c n A_1}{1 - \omega^2} + 2v_s A_1} \quad (25)$$

La cohésion ou pseudo-cohésion dépend de $\sigma_{ZZ}^S(0)$. Cela signifie que la cohésion est réellement une pseudo cohésion. Ce n'est pas une cohésion matérielle mais cela permet de représenter une certaine réalité physique. Le problème mécanique est complètement résolu en zone élastique en tenant compte des équations d'équilibre de cisaillement.

II-2-2. Résolution de l'équation différentielle du problème mécanique

Les *Equations* différentielles linéaires (16) et (19) ne peuvent pas être résolues analytiquement. Pour déterminer la pression radiale à l'interface béton-toron, la contrainte axiale du béton, la contrainte axiale du toron et la longueur de transmission, nous proposons un algorithme de résolution numérique basé sur la méthode de RUNGE-Kutta d'ordre 4. Cet algorithme est exposé sur une section partiellement fissurée à l'abscisse i et à l'étape J correspondant à un certain niveau d'effort de précontrainte relâché. Nous obtenons à l'étape $J + 1$ le niveau de fissuration de la section et la nouvelle pression radiale à l'interface toron-béton (voir *Figures 6 et 7*). Pour un incrément d'effort relâché, nous considérons que nous avons un incrément de pression élastique à l'interface qui nous donne les valeurs initiales de notre algorithme. Notre objectif est de déterminer à l'étape $J+1$ l'état de fissuration de la section i sous l'effet de la pression $P^J + \Delta P^J$ à l'interface et après fissuration la pression P^{J+1} .

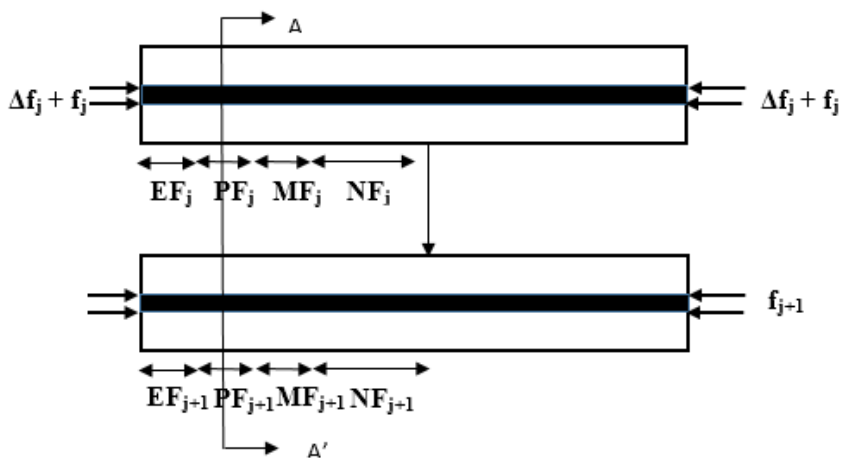


Figure 6 : schéma itératif de résolution

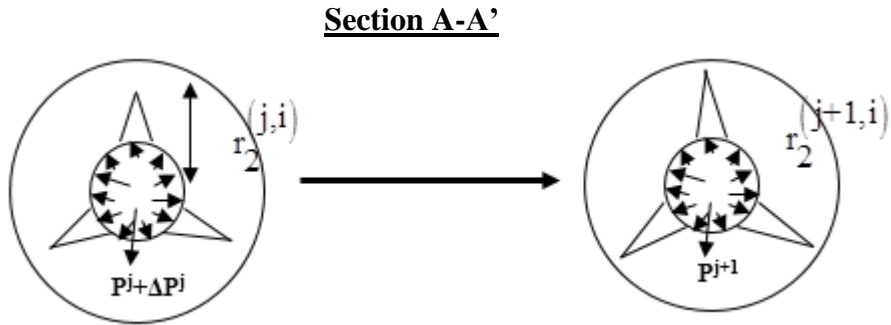


Figure 7 : Section partiellement fissurée du schéma itératif

La section est à l'abscisse i et à l'étape j de l'effort relâché. Dire qu'elle est partiellement fissurée, c'est avoir:

$$\begin{aligned}
 & r_1^{(j,i)} \leq r \leq R_c \text{ loi de comportement non fissuré} \\
 & r_2^{(j,i)} \leq r \leq r_1^{(j,i)} \text{ et } \sigma_{\theta\theta}^c \left(r_1^{(j,i)} \right) = 0,9f_{ctm} \text{ loi de comportement} \\
 & \text{microfissuré} \\
 & R_s \leq r \leq r_2^{(j,i)} \text{ et } \sigma_{\theta\theta}^c \left(r_2^{(j,i)} \right) = f_{ctm} \text{ loi de comportement fissurée}
 \end{aligned} \tag{1}$$

On connaît $P^{(j,i)}$, $P^{(j+1,i-1)}$, $s^{(j+1,i)}$ et $\sigma_{zz}^c(j+1,i)$

Nous voulons déterminer $P^{(j+1,i)}$, $s^{(j+1,i+1)}$ et $\sigma_{zz}^c(j+1,i+1)$.

1. Calculer le déplacement prédicteur

$$u_{r_pred}^{c(j+1,i)}(R_s) = u_{r_elastic}^{s(j,i)}(R_s) \text{ sous l'effet de } P^{(j,i)} + \Delta P^{(j,i)}$$

2. Calculer la déformation prédicteur $u_{r_pred}^{c(j+1,i)}(R_s)$ en utilisant $P^{(j,i)} + \Delta P^{(j,i)}$ dans l'Equation (18)

3. L'équation d'équilibre sur la zone entièrement fissurée est l'Equation (19). Le déplacement et la déformation prédicteurs

donnent les valeurs initiales pour appliquer la méthode Runge-Kutta d'ordre 4 jusqu'au rayon $r_2^{(j,i)}$. On obtient ainsi

$$u_{r_pred}^{c(j+1,i)}\left(r_2^{(j,i)}\right) \text{ et } u_{r,r_pred}^{c(j+1,i)}\left(r_2^{(j,i)}\right).$$

4. $u_{r_pred}^{c(j+1,i)}\left(r_2^{(j,i)}\right)$ et $u_{r,r_pred}^{c(j+1,i)}\left(r_2^{(j,i)}\right)$ sont les valeurs initiales pour appliquer la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 jusqu'au rayon $r_1^{(j,i)}$ à l'Equation (16).

$$\text{On obtient } u_{r_pred}^{c(j+1,i)}\left(r_1^{(j,i)}\right) \text{ et } u_{r,r_pred}^{c(j+1,i)}\left(r_1^{(j,i)}\right).$$

5. Connaissant $u_{r_pred}^{c(j+1,i)}\left(r_1^{(j,i)}\right)$, et $u_{r,r_pred}^{c(j+1,i)}\left(r_1^{(j,i)}\right)$, on utilise la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 à l'Equation (22) pour calculer $u_{r_pred}^{c(j+1,i)}(r)$ et $u_{r,r_pred}^{c(j+1,i)}(r)$. On calcule $\sigma_{\theta\theta}^c(r)$ (voir Equation (14) en prenant $h = \infty$). Nous cherchons $r_1^{(j+1,i)}$ tel que

$$\sigma_{\theta\theta}^c\left(r_1^{(j+1,i)}\right) = 0,9f_{ctm}. \text{ On a ainsi}$$

$$u_r^{c(j+1,i)}\left(r_1^{(j+1,i)}\right) \text{ et } u_{r,r}^{c(j+1,i)}\left(r_1^{(j+1,i)}\right).$$

6. Connaissant $u_r^{c(j+1,i)}\left(r_1^{(j+1,i)}\right)$ et $u_{r,r}^{c(j+1,i)}\left(r_1^{(j+1,i)}\right)$, on applique la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 à l'Equation (16) pour trouver $r_2^{(j+1,i)}$ tel que $\sigma_{\theta\theta}^c\left(r_2^{(j+1,i)}\right) = f_{ctm}$ (voir Equation

(14) On obtient aussi $u_r^{(j+1,i)} \left(r_2^{(j+1,i)} \right)$ et $u_{r,r}^{(j+1,i)} \left(r_2^{(j+1,i)} \right)$

7. Connaissant $u_r^{(j+1,i)} \left(r_2^{(j+1,i)} \right)$ et $u_{r,r}^{(j+1,i)} \left(r_2^{(j+1,i)} \right)$, on applique la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 jusqu'au rayon R_s à l'Equation (19) pour obtenir le déplacement et la déformation réels $u_r^{(j+1,i)}(R_s)$ et $u_{r,r}^{(j+1,i)}(R_s)$. Cela permet de calculer $P^{(j+1,i)}$ (voir Equation (18)). Connaissant $P^{(j+1,i)}$ puis en utilisant les Equations (8) et (4), on détermine $\sigma_{ZZ}^{(j+1,i+1)}$ et $\sigma_{ZZ}^{(j+1,i+1)}$.

II-2-3. Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4

La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 est une méthode numérique permettant de déterminer une solution approchée d'une équation différentielle linéaire à coefficient non constant connaissant les conditions initiales. Soit l'équation différentielle linéaire d'ordre 2 avec des coefficients non constants écrite sous la forme :

$$\begin{aligned} u_{r,rr} &= f(u_{r,r}, u, r) \\ u_0 &= u(r_0); \quad u_{r,r_0} = u_{r,r}(r_0) \end{aligned} \tag{27}$$

Si le pas sur le rayon r est t, on a :

$$r_{n+1} = r_n + t \tag{28}$$

On définit :

$$\begin{aligned} A_n &= f(u_{r,r_n}, u_n, r_n) ; \\ B_n &= f\left(u_{r,r_n} + \frac{t}{2}A_n, u_n + \frac{t}{2}u_{r,r_n}, r_n + \frac{t}{2}\right) \end{aligned} \tag{29}$$

$$C_n = f \left(u_{r,r_n} + \frac{t}{2} B_n, u_n + \frac{t}{2} u_{r,r_n} + \frac{t^2}{4} A_n, r_n + \frac{t}{2} \right)$$

$$D_n = f \left(u_{r,r_n} + t C_n, u_n + t u_{r,r_n} + \frac{t^2}{2} B_n, r_n + t \right)$$

$$K_n^* = \frac{t}{6} (A_n + 2B_n + 2C_n + D_n) ;$$

$$K_n = t u_{r,r_n} + \frac{t^2}{6} (A_n + B_n + C_n)$$

Le déplacement et sa dérivée au pas suivant sont donnés par:

$$u_{r,r_{n+1}} = u_{r,r_n} + K_n^*$$

$$u_{n+1} = u_n + K_n \quad (30)$$

II-2-4. Calcul de la déformation due au retrait

L'effort de précontrainte est relâché 72 h après le coulage. 24 h après le coulage, des capteurs mesurant la déformation longitudinale sont placés sur la face du béton en suivant le toron, tous les 50 mm. Elles ont mesurées aussi la déformation due au retrait. La déformation totale du retrait est la somme du retrait endogène et du retrait de dessiccation selon le code modèle 2010 [12].

III - RÉSULTATS ET DISCUSSION

III-1. Etude des paramètres du modèle

Les paramètres dont la valeur est susceptible de varier sont le nombre de fissures N_{cr} , le coefficient de frottement μ et le coefficient de Poisson du toron. Selon la bibliographie, N_{cr} peut prendre la valeur 3 ou 4 et μ 0,4 ou 0,46. Une traction ou une compression du toron le fait se désenrouler. On peut imaginer que le coefficient de Poisson du toron puisse être différent de celui de l'acier. Nous proposons de tester également la valeur 0,33. **Le Tableau 2** reprend ces différentes valeurs. Ces valeurs sont testées sur l'éprouvette M12NC3 dont les caractéristiques sont spécifiées dans **le Tableau 3**.

Tableau 2 : valeurs des paramètres

N_{cr}	3	4
μ	0.4	0.46
ν_s	0.3	0.33

Tableau 3 : caractéristiques du spécimen M12NC3

Φ_s (mm)	C_0 (mm)	R_c (mm)	f_{cj} (MPa)	$-\sigma_{zz}^s(0)$ (MPa)	b_c (mm)	h_c (mm)	L (mm)
12.7	30	35.6	33.6	1402.1	112.7	200	3000

III-2. Validation du modèle à l'aide d'essais

Pour commenter facilement les **Figures 8 à 10** nous utiliserons le cas $N_{cr} = 3$; $\mu = 0,46$ et $\nu_s = 0,3$. Les **Figures 8 et 9** permettent d'obtenir $r_1 = R_c = 35,6$ mm sur 340 mm et $r_2 = R_c$ sur 220 mm à partir de l'about de la poutre testée. En fait, une fois que $r_2 = R_c$, le programme définit automatiquement $r_1 = R_c$. Les sections sont donc entièrement fissurées seulement sur 220 mm. De 220 mm à 340 mm, les sections sont partiellement fissurées avec la pointe de la microfissure ayant la valeur R_c . Après 340 mm on observe une diminution de r_2 pour atteindre la valeur R_s du rayon tendu à 740 mm (voir **Figure 9**). Le rayon r_1 atteint cette valeur à 850 mm. De 340 mm à 740 mm les sections sont microfissurées. De 740 mm à 850 mm nous avons des sections seulement microfissurées. Au-delà de 850 mm les sections sont non fissurées.

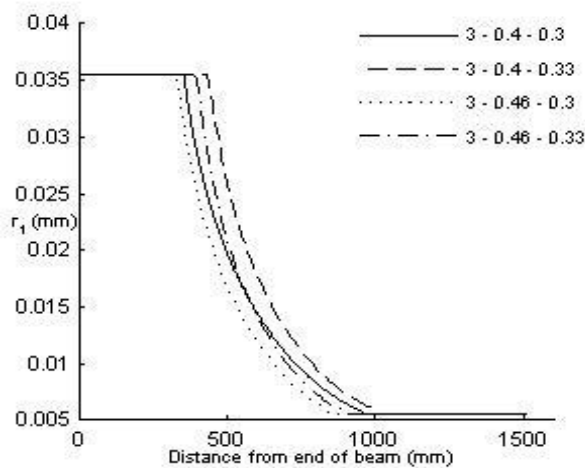


Figure 8 : distance du centre du toron à la pointe de la microfissure le long de M12NC3

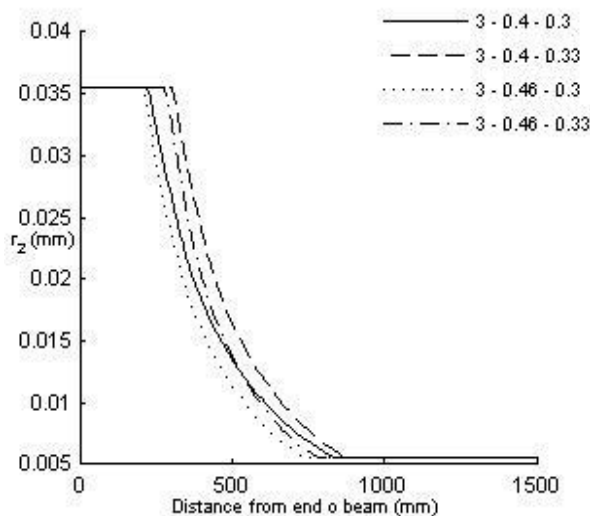


Figure 9 : distance du centre du toron à la pointe de la fissure le long de M12NC3

La pression radiale à l'interface est plus faible lorsque le coefficient de frottement augmente (voir **Figure 10**). Une diminution du coefficient de frottement entraîne un glissement plus important, d'où une pression radiale élastique plus élevée. La fissuration du béton n'entraîne pas une pression radiale plus élevée lorsque que le coefficient de frottement augmente (voir **Figure 10**). On observe que l'augmentation du coefficient de Poisson diminue la pression radiale tant que les sections sont complètement fissurées (voir **Figure 10**).

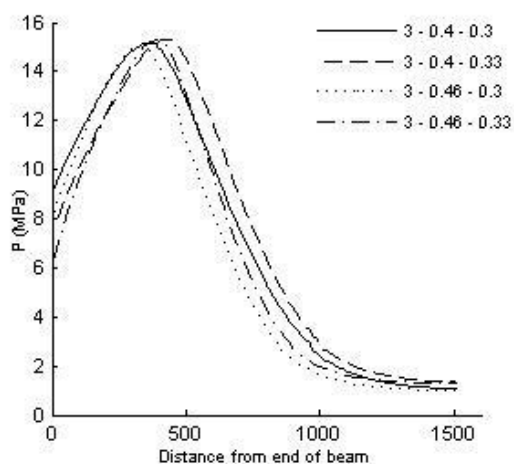


Figure 10 : La pression radiale à l'interface toron-béton le long de la poutre M12NC3

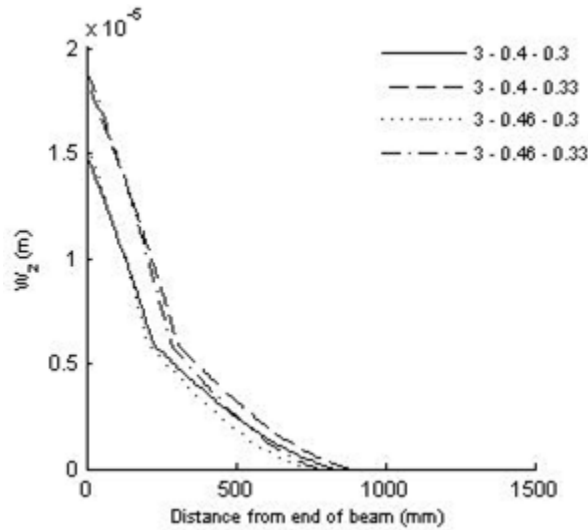


Figure 11 : L'ouverture de fissure à mi rayon du tirant le long de la M12NC3

Dès que les sections sont partiellement fissurées, la pression radiale augmente lorsque le coefficient de Poisson augmente (voir **Figure 10**). En effet, la pression radiale élastique augmente lorsque le coefficient de Poisson augmente. L'augmentation du coefficient de Poisson conduit toujours à une fissuration plus importante des sections (voir **Figure 11**). Plus la pression radiale élastique correspond à un certain niveau de pression, plus il provoque une fissuration importante et plus la pression élastoplastique est faible. En dessous de ce niveau de pression radiale élastique, les sections sont partiellement fissurées et la pression radiale augmente à mesure que le coefficient de Poisson augmente. Pour ces sections, la pression radiale élastique est moins relâchée. La variation du coefficient de Poisson a plus d'influence sur la fissuration du béton et sur la pression radiale à l'interface que la variation du coefficient de frottement. La pression radiale est maximale à 360 mm juste au début de la décroissance de r_1 . A 340 mm environ, l'ouverture de la fissure à mi- rayon change de pente, ce qui reflète un changement dans la forme de la fissure (voir la **Figure 11**). La diminution de l'ouverture de la fissure à mi- rayon ($r = R_c - \frac{R_c - R_s}{2} = \frac{R_c + R_s}{2}$)

sur la longueur de la poutre, indique un affaiblissement croissant des dommages sur la longueur (voir **Figure 11**). La pression radiale élastique diminue très rapidement tandis que la pression radiale élastoplastique augmente avant de diminuer, au-dessus de la pression radiale élastique (voir **Figure 12**). La fissuration du béton provoque un glissement du toron et une variation de la contrainte du toron. Le modèle élastoplastique prend en compte cette variation et son effet se fait sentir sur l'allure (voir **Figure 13**).

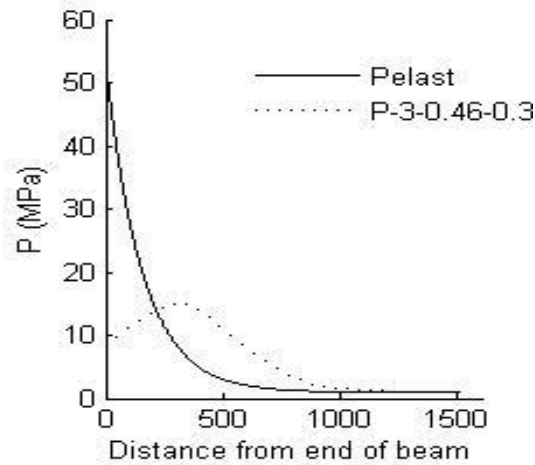


Figure 12 : Comparaison de la pression radiale élastique et la pression radiale élastoplastique le long de la poutre M12NC3

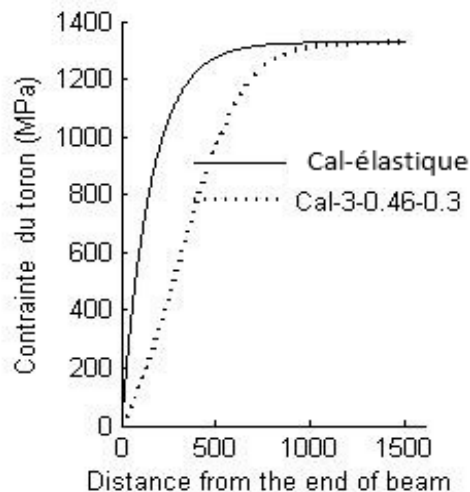


Figure 13 : Comparaison entre le calcul élastique de la contrainte axiale du toron et le calcul élastoplastique le long de la poutre M12NC3

La validation du modèle doit être faite avec les déformations du béton mesurées le long du toron. Il ne s'agit pas d'avoir uniquement la bonne longueur de transmission mais plutôt une courbe de déformation et la longueur de transmission résultantes du modèle aussi proches que possible des valeurs expérimentales. A la déformation calculée, nous avons ajouté le retrait du béton entre 24 h et 72 h en utilisant le code modèle 2010 [9]. La courbe Kim

exp est la courbe expérimentale et la courbe Kim theo est la courbe théorique issue du modèle de Kim (voir **Figure 15**). La valeur 0,4 du coefficient de frottement donne des valeurs de longueur de transmission beaucoup plus grandes que la valeur expérimentale (voir **Figures 14 et 15**). Les valeurs $N_{cr} = 4$; $\mu = 0,46$ et $\nu_s = 0,3$ donnent la courbe de déformation du béton et la longueur de transmission les plus proches des valeurs expérimentales (voir **Figure 15**).

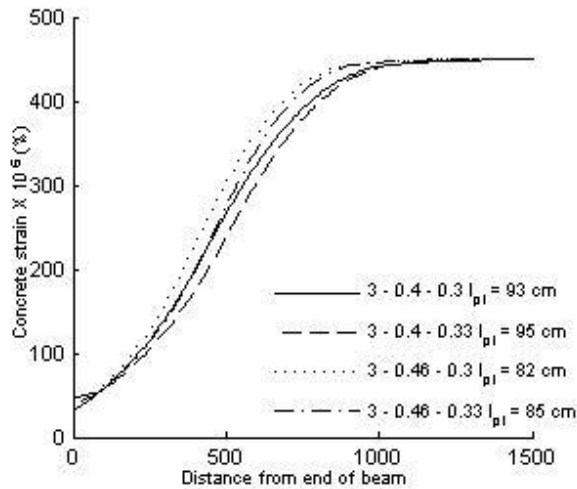


Figure 14 : Déformation longitudinale du béton le long de la poutre *M12NC3* pour $N_{cr} = 3$

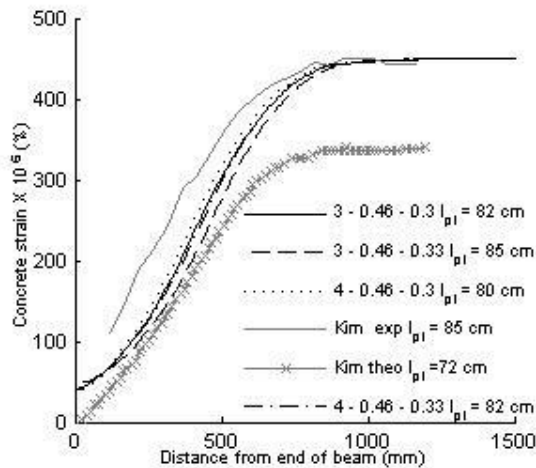


Figure 15 : Déformation longitudinale du béton le long de la poutre *M12NC3* pour $N_{cr} = 3$ ou 4 et $\mu = 0.46$

Les calculs complémentaires suivants faisant varier l'enrobage et la résistance du béton ont été faits et résumés dans *les Tableaux 4 et 5*

Tableau 4 : *calcul de la longueur de transmission pour différents modèles du mono toron*

Specimen series	fcj (MPa)	σ_{pi} (MPa)	l_{pte} (mm)	Test [2] l_{pt} (mm)	Tigri l_{pt} (mm)	Kim [5] l_{pt} (mm)	Ec2[1] l_{pt} (mm)
M12NC3	33.6	1402.1	780	851	800	739	851
M12NC4	35.0	1391.9	770	669	710	596	836
M12NC5	33.6	1402.7	770	589	630	574	871
M12HC3	44.7	1359.3	730	692	640	653	690
M12HC4	46.3	1375.1	720	568	570	524	687
M12HC5	44.7	1394.7	720	513	560	516	718
M15NC3	35	1377.1	920	1084	1010	955	960
M15NC4	33.6	1392.5	920	839	870	703	1010
M15NC5	35	1393.2	910	698	780	624	994
M15HC3	46.4	1357.5	860	888	850	854	790
M15HC4	44.7	1364.9	860	722	740	645	823
M15HC5	45.6	1384.4	860	574	685	567	831

Pour les mono torons le modèle Tigri donne une erreur moyenne de 6,7 %. Le modèle de Kim donne une erreur moyenne de 7,9 %. L'erreur moyenne de l'Eurocode 2 est de 12,7 %.

Tableau 5 : *calcul de la longueur de transmission pour différents modèles du double toron*

Specimen series	fcj (MPa)	σ_{pi} (MPa)	l_{pte} (mm)	Test [2] l_{pt} (mm)	Tigri l_{pt} (mm)	Kim [5] l_{pt} (mm)	Ec2[1] l_{pt} (mm)
T12NS3	34	1398.4	774	808	760	675	849
T12NS4	35.5	1418	763	674	640	632	846
T12NS5	37.3	1389.1	754	632	620	589	802
T12HS3	44.2	1374.2	728	695	620	589	704
T12HS4	43.2	1577.9	728	595	630	574	828
T12HS5	46.3	1392.8	716	558	560	559	696
T15NS3	37.6	1357.4	898	997	810	818	915

T15NS4	34.8	1361.1	913	840	810	760	969
T15NS5	33.4	1381.6	921	782	840	746	101
T15HS3	47.2	1376	851	889	730	746	800
T15HS4	46.9	1400.2	851	725	710	689	804
T15HS5	43.9	1377.9	864	571	730	660	843

Pour les doubles torons le modèle Tigri donne une erreur moyenne de 9,2 %. Le modèle de Kim donne une erreur moyenne de 10,9 %. L'erreur moyenne de l'Eurocode 2 est de 25,2 %.

IV - CONCLUSION

Ce modèle semi-analytique, robuste avec peu de paramètres (paramètres contrôlés) permet d'obtenir la répartition des contraintes du toron et du béton avec une très bonne corrélation avec les résultats expérimentaux. Le modèle mieux que les normes actuelles permet de déterminer précisément la longueur de transmission quelle que soit l'enrobage et l'espacement des torons. Ce modèle numérique, peu coûteux (1h de calcul en moyenne) permet de voir au ralenti, un relâchement de précontrainte qui est brutal. Les zones fissurées et microfissurées le long de la longueur et leurs profondeurs radiales sont connues. L'étude des paramètres permet de retenir $N_{cr} = 4$, $\mu = 0,46$ et $v_s = 0,3$ comme bases de calcul du modèle. Ces valeurs proviennent de la littérature et correspondent à une certaine réalité physique. Il serait utile de pouvoir l'étendre au niveau ingénieur pour un gain de précision dans la conception des éléments précontraints.

RÉFÉRENCES

- [1] - AFNOR association française de normalisation, *NF EN 1992-1-1: Eurocode 2 calcul des structures en béton, règles générales et règles du bâtiment*, AFNOR, Éd., AFNOR, (2005)
- [2] - K. OH, « Realistic Evaluation of transfer length in pretensioned prestressed concrete members » *ACI STRUCTURAL JOURNAL*, n°197-S83, (2000)
- [3] - ALBERTO T. RAMIREZ, GARCIA ROYCE, W. FLOYD, W. MICAH HALE, J. R. MARTÍ-VARGAS « Effect of concrete compressive strength on transfer length » *Structures Volume 5*, (February 2016), Pages 131-140 <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2015.10.006>
- [4] - KASIAN WARENYCIAA, MAURICIO DIAZ-ARANCIBIAB, PINAR OKUMUSC « Effects of confinement and concrete nonlinearity on transfer length of prestress in concrete » *Structures Volume 11*, (August 2017), Pages 11-21 <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2017.04.002>

- [5] - J. DEN UIJL, « Bond and Splitting Action of Prestressing Strand » chez *Conf. BOND IN CONCRETE*, , Riga, October 15-17, (1992) pp. 2110-2119
- [6] - J. FELLIGER, « Shear and anchorage behavior of fire exposed hollow core slabs » PHD Technishe Universeit Delft Netherland, (2004)
- [7] - K. OH, « Theoretical Analysis of Transfer Lengths in Pretensioned Prestressed Concrete Members » *ASCE JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS*, vol. 132 N°10, ISSN 0733-9399, pp. 1057-1066, (2006)
- [8] - AMERICAN STANDARD, ACI 318:Building code requirements for structural concrete, AMERICAN STANDARD, (2011)
- [9] - AMERICAN STANDARD, AASHTO LRFD BDS : load and resistance factor design, bridge design specifications, AMERICAN STANDARD, (2012)
- [10] - CANH N. DANG CAMERON D. MURRAY ROYCE W. FLOYD W. MICAH HALE J. R. MARTÍ-VARGAS « Analysis of bond stress distribution for prestressing strand by Standard Test for Strand Bond » *Engineering Structures* Volume 72, 1 August 2014, Pages 152-159 <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.04.040>
- [11] - J. DARDARE, « Fonctionnement des zones d'about de poutres en précontrainte par adhérence-application à l'étude de l'effort tranchant » Publication technique n°57 CÉRIB, EPERNON, (1980)
- [12] - fib-CEB-FIP, Model Code 2010 : volume 1, fib-CEB-FIP, (2010)